

БІР ЖАУАБЫ БАР ТЕСТ ТАПСЫРМАЛАРЫ (5/1)

1. Өрнектің мәні жататын аралық:

$$\left(\frac{2}{\frac{3}{4}} - \frac{2}{\frac{3}{4}} - 0,5\right)^4 - 8$$

A) $(-\infty; -8)$

B) $(0; +\infty)$

C) $(-\infty; 0)$

D) $(-10; -8)$

E) $(1; 8)$

Шешуі:

$$\left(\frac{2}{\frac{3}{4}} - \frac{2}{\frac{3}{4}} - 0,5\right)^4 - 8 = \left(\frac{8}{3} - \frac{1}{6} - 0,5\right)^4 - 8$$

$$= \left(\frac{16}{6} - \frac{1}{6} - \frac{3}{6}\right)^4 - 8 = 2^4 - 8 = 8$$

$$8 \in (0; +\infty)$$

Жауабы: В

2. Өрнекті ықшамдаңыз:

$$\frac{a^3 + 1}{b(a + 1) + a(a + 1)} - \frac{a^2 - a + 1}{a + b}$$

A) $\frac{a - 1}{a + b}$

B) 1

C) $\frac{a + 1}{a + b}$

D) $\frac{2a + 1}{a + b}$

E) 0

Шешуі:

$$\begin{aligned} \frac{a^3 + 1}{b(a + 1) + a(a + 1)} - \frac{a^2 - a + 1}{a + b} &= \frac{(a + 1)(a^2 - a + 1)}{(a + 1)(a + b)} - \frac{a^2 - a + 1}{a + b} \\ &= \frac{a^2 - a + 1}{a + b} - \frac{a^2 - a + 1}{a + b} = \frac{a^2 - a + 1 - a^2 + a - 1}{a + b} = 0 \end{aligned}$$

Жауабы: Е

3. Сандық өрнекті ықшамдаңдар: $\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}}$

A) $\sqrt{6}$

B) 3

C) 0

D) $\sqrt{3}$

E) -2

Шешуі:

$$\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}} = x \xrightarrow{\text{квадраттаймыз}} (\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}})^2 = x^2$$

$$2 + \sqrt{3} + 2\sqrt{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} + 2 - \sqrt{3} = x^2 \Rightarrow x^2 = 4 + 2\sqrt{4 - 3} = 6$$

$$x^2 = 6 \Rightarrow x = \pm\sqrt{6} \text{ (теріс мәнді қабылдамаймыз)} \Rightarrow x = \sqrt{6}$$

Жауабы: А

4. Өрнекті ықшамдаңыз: $\left(a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}\right)^2 - \left(a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}\right)^2$

- A) $\sqrt[4]{ab}$
- B) $4 + \sqrt[4]{ab}$
- C) $4\sqrt[4]{ab}$
- D) $4 - \sqrt[4]{ab}$
- E) $ab + 2$

Шешуі:

$$\begin{aligned} \left(a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}\right)^2 - \left(a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}\right)^2 &= \left(a^{\frac{1}{4}}\right)^2 + 2a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{4}} + \left(b^{\frac{1}{4}}\right)^2 - \left(\left(a^{\frac{1}{4}}\right)^2 - 2a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{4}} + \left(b^{\frac{1}{4}}\right)^2\right) \\ &= \left(a^{\frac{1}{4}}\right)^2 + 2a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{4}} + \left(b^{\frac{1}{4}}\right)^2 - \left(a^{\frac{1}{4}}\right)^2 + 2a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{4}} - \left(b^{\frac{1}{4}}\right)^2 = 4a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{4}} = 4\sqrt[4]{ab} \end{aligned}$$

Жауабы: C

5. Бөлшектің бөліміндегі иррационалдықтан құтылдырындар:

$$\frac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{15} + \sqrt{5} + \sqrt{3} + 1}$$

- A) $\sqrt{5} + \sqrt{2}$
- B) $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$
- C) $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$
- D) $\frac{\sqrt{3} - 1}{4}$
- E) $\sqrt{3} + 1$

Шешуі:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{15} + \sqrt{5} + \sqrt{3} + 1} &= \frac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{5}(\sqrt{3} + 1) + \sqrt{3} + 1} = \frac{\sqrt{5} + 1}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{5} + 1)} = \frac{1}{\sqrt{3} + 1} \\ &= \frac{\sqrt{3} - 1}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \end{aligned}$$

Жауабы: B

6. Өрнекті ықшамдаңыз: $\left(\frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}}}{a-b}\right) \cdot \left(b^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}}\right)$

- A) $2\sqrt{ab}$
- B) $1 + \sqrt{ab}$
- C) $\sqrt{ab} - 1$
- D) $4\sqrt{ab}$
- E) \sqrt{ab}

Шешуі:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}}{a-b} \right) \cdot \left(b^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}} \right) = \left(\frac{\left(a^{\frac{1}{2}} \right)^2 - \left(b^{\frac{1}{2}} \right)^2}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}} - \frac{\left(a^{\frac{1}{2}} \right)^3 + \left(b^{\frac{1}{2}} \right)^3}{a-b} \right) \cdot \left(b^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}} \right) \\ & = \frac{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}{1} \cdot \left(b^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}} \right) - \frac{\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}} \right) \left(a - a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} + b \right)}{a-b} \cdot \left(b^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}} \right) \\ & = - \left(b^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}} \right)^2 + \frac{(a-b) \left(a - a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} + b \right)}{a-b} \\ & = -b + 2a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} - a + a - a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} + b = a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} = \sqrt{ab} \end{aligned}$$

Жауабы: Е.

7. Өрнекті ықшамдаңыз: $\left(\frac{a^{\frac{1}{4}}+4}{a^{\frac{1}{4}}-4} + \frac{a^{\frac{1}{4}}-4}{a^{\frac{1}{4}}+4} - \frac{64}{a^{\frac{1}{2}}-16} \right)^{-3}$

- A) $2\sqrt{a}$
- B) $1 + \sqrt{a}$
- C) $\frac{1}{8}$
- D) $4\sqrt{a}$
- E) $\frac{1}{4}$

Шешуі:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{a^{\frac{1}{4}}+4}{a^{\frac{1}{4}}-4} + \frac{a^{\frac{1}{4}}-4}{a^{\frac{1}{4}}+4} - \frac{64}{a^{\frac{1}{2}}-16} \right)^{-3} = \left(\frac{a^{\frac{1}{2}}+8a^{\frac{1}{4}}+16+a^{\frac{1}{2}}-8a^{\frac{1}{4}}+16}{a^{\frac{1}{2}}-16} - \frac{64}{a^{\frac{1}{2}}-16} \right)^{-3} \\ & = \left(\frac{2a^{\frac{1}{2}}+32}{a^{\frac{1}{2}}-16} - \frac{64}{a^{\frac{1}{2}}-16} \right)^{-3} = \left(\frac{2a^{\frac{1}{2}}+32-64}{a^{\frac{1}{2}}-16} \right)^{-3} = \left(\frac{2\left(a^{\frac{1}{2}}-16 \right)}{a^{\frac{1}{2}}-16} \right)^{-3} = 2^{-3} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

Жауабы: С.

8. Бөлшектің бөліміндегі иррационалдықтан құтылдырындар:

$$\frac{5}{\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}}$$

- A) $\sqrt{5} + \sqrt{2}$
- B) $\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}$
- C) $\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}$
- D) $\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} - \sqrt[3]{4}$
- E) $\sqrt{7}$

Шешуі:

$$\frac{5}{\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}} = \frac{5(\sqrt[3]{3^2} - \sqrt[3]{3 \cdot 2} + \sqrt[3]{2^2})}{(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{3^2} - \sqrt[3]{3 \cdot 2} + \sqrt[3]{2^2})} = \frac{5(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})}{3 + 2} = \sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}$$

Жауабы: В

9. Өрнекті ықшамдаңыз: $\left(a^{\frac{1}{4}} + 2\right) \cdot \left(a^{\frac{1}{4}} - 2\right) \cdot \left(a^{\frac{1}{2}} + 4\right)$

- A) $a + 16$
- B) $a - 16$
- C) $a - 1$
- D) $a + 1$
- E) $a + 2$

Шешуі:

$$\begin{aligned} \left(a^{\frac{1}{4}} + 2\right) \left(a^{\frac{1}{4}} - 2\right) \left(a^{\frac{1}{2}} + 4\right) &= \left(\left(a^{\frac{1}{4}}\right)^2 - 2^2\right) \cdot \left(a^{\frac{1}{2}} + 4\right) = \left(a^{\frac{1}{2}} - 4\right) \cdot \left(a^{\frac{1}{2}} + 4\right) \\ &= \left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2 - 4^2 = a - 16 \end{aligned}$$

Жауабы: В

10. Өрнекті ықшамдаңыз: $\frac{x^{\frac{4}{3}} - x^{\frac{1}{3}}}{x + x^{\frac{2}{3}}} \cdot \left(\frac{x^{\frac{1}{3}}}{x - 1} + \frac{1}{x^{\frac{1}{3}} - 1}\right)$

- A) $-\frac{\sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x}}$
- B) $\frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[3]{x}}$
- C) $\frac{\sqrt[3]{x} + 2}{\sqrt[3]{x}}$
- D) $\frac{\sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x}}$
- E) $\frac{\sqrt[3]{x} + 3}{\sqrt[3]{x}}$

Шешуі:

$$\frac{x^{\frac{4}{3}} - x^{\frac{1}{3}}}{x + x^{\frac{2}{3}}} \cdot \left(\frac{x^{\frac{1}{3}}}{x - 1} + \frac{1}{x^{\frac{1}{3}} - 1}\right) = \frac{x^{\frac{1}{3}}(x - 1)}{x^{\frac{2}{3}}(x^{\frac{1}{3}} + 1)} \cdot \left(\frac{x^{\frac{1}{3}}}{\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^3 - 1^3} + \frac{1}{x^{\frac{1}{3}} - 1}\right)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(x-1)}{x^{\frac{1}{3}}(x^{\frac{1}{3}}+1)} \cdot \left(\frac{x^{\frac{1}{3}}}{\left(x^{\frac{1}{3}}-1\right)\left(x^{\frac{2}{3}}+x^{\frac{1}{3}}+1\right)} + \frac{1^{1/x^{\frac{2}{3}}+x^{\frac{1}{3}}+1}}{x^{\frac{1}{3}}-1} \right) \\
 &= \frac{(x-1)}{x^{\frac{1}{3}}(x^{\frac{1}{3}}+1)} \cdot \left(\frac{x^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{2}{3}}+x^{\frac{1}{3}}+1}{x-1} \right) = \frac{\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^2+2x^{\frac{1}{3}}+1}{x^{\frac{1}{3}}(x^{\frac{1}{3}}+1)} \\
 &= \frac{\left(x^{\frac{1}{3}}+1\right)^2}{x^{\frac{1}{3}}(x^{\frac{1}{3}}+1)} = \frac{x^{\frac{1}{3}}+1}{x^{\frac{1}{3}}} = \frac{\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x}}
 \end{aligned}$$

Жауабы: D

11. Өрнекті қысқартыңыз: $\left(\frac{x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}}+1} - \frac{3x^{\frac{1}{3}}-1}{x+1} \right) : \frac{x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{4}{3}}+x^{\frac{1}{3}}}$

- A) $-\frac{\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x}}$
- B) $\sqrt[3]{x}+1$
- C) $\frac{\sqrt[3]{x}+2}{\sqrt[3]{x}}$
- D) $\sqrt[3]{x}-1$
- E) $\frac{\sqrt[3]{x}+3}{\sqrt[3]{x}}$

Шешуі:

$$\begin{aligned}
 &\left(\frac{x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}}+1} - \frac{3x^{\frac{1}{3}}-1}{x+1} \right) : \frac{x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{4}{3}}+x^{\frac{1}{3}}} = \left(\frac{x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}}+1} - \frac{3x^{\frac{1}{3}}-1}{x+1} \right) : \frac{x^{\frac{1}{3}}(x^{\frac{1}{3}}-1)}{x^{\frac{1}{3}}(x+1)} \\
 &= \left(\frac{x^{\frac{2}{3}}+x^{\frac{1}{3}}-3x^{\frac{1}{3}}+1}{x+1} \right) \left(\frac{x+1}{x^{\frac{1}{3}}-1} \right) = \frac{\left(x^{\frac{1}{3}}-1\right)^2}{x^{\frac{1}{3}}-1} = x^{\frac{1}{3}}-1 = \sqrt[3]{x}-1
 \end{aligned}$$

Жауабы: D

12. Бөлшектің бөліміндегі иррационалдықтан құтылдырыңдар:

$$\frac{24}{3 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$$

- A) $-6(5\sqrt{2}-6+3\sqrt{6}-4\sqrt{3})$

- B) $6(5\sqrt{2} - 6 + 3\sqrt{6} - 4\sqrt{3})$
 C) $6(5\sqrt{2} + 6 + 3\sqrt{6} - 4\sqrt{3})$
 D) $6(5\sqrt{2} - 6 + 3\sqrt{6} + 4\sqrt{3})$
 E) $6(5\sqrt{2} + 6 + 3\sqrt{6} + 4\sqrt{3})$

Шешуі:

$$\begin{aligned} \frac{24}{3 + \sqrt{2} - \sqrt{3}} &= \frac{24(3 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}{(3 + \sqrt{2} - \sqrt{3})(3 + \sqrt{2} + \sqrt{3})} = \frac{72 + 24\sqrt{2} + 24\sqrt{3}}{(3 + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{72 + 24\sqrt{2} + 24\sqrt{3}}{9 + 6\sqrt{2} + 2 - 3} \\ &= \frac{72 + 24\sqrt{2} + 24\sqrt{3}}{8 + 6\sqrt{2}} = \frac{36 + 12\sqrt{2} + 12\sqrt{3}}{4 + 3\sqrt{2}} = \frac{(36 + 12\sqrt{2} + 12\sqrt{3})(4 - 3\sqrt{2})}{(4 + 3\sqrt{2})(4 - 3\sqrt{2})} \\ &= \frac{144 - 108\sqrt{2} + 48\sqrt{2} - 36\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + 48\sqrt{3} - 36\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{4^2 - (3\sqrt{2})^2} \\ &= \frac{144 - 60\sqrt{2} - 72 + 48\sqrt{3} - 36\sqrt{6}}{-2} = \frac{72 - 60\sqrt{2} + 48\sqrt{3} - 36\sqrt{6}}{-2} \\ &= -36 + 30\sqrt{2} - 24\sqrt{3} + 18\sqrt{6} = 6(5\sqrt{2} - 6 + 3\sqrt{6} - 4\sqrt{3}) \end{aligned}$$

Жауабы: B

13. $(\sqrt[4]{a} - 1) \cdot \frac{\sqrt[4]{a^3} + \sqrt[4]{a} - \sqrt{a} - 1}{\sqrt{a} + a}$ өрнегін ықшамдаңыз.

- A) $2\sqrt{a}$
 B) \sqrt{a}
 C) $\frac{1}{8}$
 D) $4\sqrt{a}$
 E) $\frac{1}{4}$

Шешуі:

$$\begin{aligned} (\sqrt[4]{a} - 1) \cdot \frac{\sqrt[4]{a^3} + \sqrt[4]{a} - \sqrt{a} - 1}{\sqrt{a} + a} &= (\sqrt[4]{a} - 1) \cdot \frac{\sqrt[4]{a}(\sqrt{a} + 1) - (\sqrt{a} + 1)}{\sqrt{a}(\sqrt{a} + 1)} = (\sqrt[4]{a} - 1) \cdot \frac{(\sqrt{a} + 1)(\sqrt[4]{a} - 1)}{\sqrt{a}(\sqrt{a} + 1)} \\ &= (\sqrt[4]{a} - 1) \cdot \frac{\sqrt[4]{a} - 1}{\sqrt{a}} = (\sqrt[4]{a} - 1) \cdot \frac{\sqrt{a}}{(\sqrt[4]{a} - 1)} = \sqrt{a} \end{aligned}$$

Жауабы: B

14. $\sqrt[4]{4\sqrt{a}} : \sqrt[4]{3\sqrt{a}} \cdot a^{\frac{23}{24}}$ ($a > 0$) өрнегін ықшамдаңыз.

- A) a
 B) $3a$
 C) a^2
 D) a^3
 E) \sqrt{a}

Шешуі:

$$\sqrt[4]{4\sqrt{a}} : \sqrt[4]{3\sqrt{a}} \cdot a^{\frac{23}{24}} = a^{\frac{1}{8}} : a^{\frac{1}{12}} \cdot a^{\frac{23}{24}} = a^{\frac{1}{8} - \frac{1}{12} + \frac{23}{24}} = a^{\frac{3-2+23}{24}} = a$$

Жауабы: A

15. Өрнекті ықшамдаңыз:

$$\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-a\right)\cos\left(\frac{3\pi}{2}-a\right)\cos(2\pi-a)}{\operatorname{ctg}(\pi-a)\sin\left(\frac{3\pi}{2}+a\right)}$$

- A) $\sin a$
- B) $-\sin a$
- C) $-\cos a$
- D) $\cos a$
- E) $\pm \sin a$

Шешуі:

$$\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-a\right)\cos\left(\frac{3\pi}{2}-a\right)\cos(2\pi-a)}{\operatorname{ctg}(\pi-a)\sin\left(\frac{3\pi}{2}+a\right)} = \frac{\operatorname{ctga}(-\sin a)\cos a}{-\operatorname{ctga}(-\cos a)} = -\sin a$$

$$-\sin a = \cos \pi \cdot \sin a = -\sin a + \cos \frac{\pi}{2}$$

Жауабы: В

16. a -бұрышының ақырғы қабырғасы $x + y = 0$ түзуімен беттеседі.

$$\frac{\sin a}{\sqrt{1-\sin^2 a}} + \frac{\sqrt{1-\cos^2 a}}{\cos a} \text{ өрнегінің мәнін табыңыз.}$$

- A) $\cos \pi$
- B) 0
- C) 1
- D) ± 1
- E) 2

Шешуі:

$$y = -x \in II; IV$$

$$x \in II \rightarrow \frac{\sin a}{\sqrt{1-\sin^2 a}} + \frac{\sqrt{1-\cos^2 a}}{\cos a} = \frac{\sin a}{|\cos a|} + \frac{|\sin a|}{\cos a} = \frac{\sin a}{-\cos a} + \frac{\sin a}{\cos a} = 0$$

$$x \in IV \rightarrow \frac{\sin a}{\sqrt{1-\sin^2 a}} + \frac{\sqrt{1-\cos^2 a}}{\cos a} = \frac{\sin a}{|\cos a|} + \frac{|\sin a|}{\cos a} = \frac{\sin a}{\cos a} + \frac{-\sin a}{\cos a} = 0$$

Жауабы: В

17. $\frac{\sin a + \cos a}{\sin a - \cos a} = 2$ берілген, $\sin a \cos a$ өрнегінің мәнін табыңыз.

- A) $-\frac{3}{10}$
- B) $\frac{3}{10}$
- C) $\pm \frac{3}{10}$
- D) 1
- E) -1

Шешуі:

$$\frac{\sin a + \cos a}{\sin a - \cos a} = 2 \rightarrow \left(\frac{\sin a + \cos a}{\sin a - \cos a} \right)^2 = 2^2$$

$$\frac{\sin^2 a + 2\sin a \cos a + \cos^2 a}{\sin^2 a - 2\sin a \cos a + \cos^2 a} = 4$$

$$\frac{1 + 2\sin a \cos a}{1 - 2\sin a \cos a} = 4 \rightarrow \sin a \cos a = \frac{3}{10}$$

Жауабы: В

18. $\operatorname{tga} = m, m \neq \frac{7}{3}$ берілген, $\frac{6\sin a + 5\cos a}{3\sin a - 7\cos a}$ өрнегінің мәнін табыңыз.

A) $\frac{6m+5}{3m-7}$

B) $\frac{6m-5}{3m-7}$

C) $\frac{6m+5}{3m+7}$

D) $-\frac{6m+5}{3m-7}$

E) $\pm \frac{6m+5}{3m-7}$

Шешуі:

$$\frac{6\sin a + 5\cos a}{3\sin a - 7\cos a} = \frac{\frac{6\sin a + 5\cos a}{\cos a}}{\frac{3\sin a - 7\cos a}{\cos a}} = \frac{6\operatorname{tga} + 5}{3\operatorname{tga} - 7} = \frac{6m + 5}{3m - 7}$$

Жауабы: А

19. $\operatorname{tg}75^\circ$ өрнегінің мәнін табыңыз.

Шешуі:

$$\operatorname{tg}75^\circ = \operatorname{tg}(45^\circ + 30^\circ) = \frac{\operatorname{tg}45^\circ + \operatorname{tg}30^\circ}{1 - \operatorname{tg}45^\circ \operatorname{tg}30^\circ}$$

$$= \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} = \frac{(1 + \sqrt{3})^2}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} = \frac{1 + 2\sqrt{3} + 3}{2} = 2 + \sqrt{3}$$

A) $2 + \sqrt{3}$

B) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{4}$

C) $2 - \sqrt{3}$

D) $\frac{\sqrt{6} + 1}{2}$

E) $2 \pm \sqrt{3}$

Шешуі:

$$\operatorname{tg}75^\circ = \operatorname{tg}(45^\circ + 30^\circ) = \frac{\operatorname{tg}45^\circ + \operatorname{tg}30^\circ}{1 - \operatorname{tg}45^\circ \operatorname{tg}30^\circ}$$

$$= \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} = \frac{(1 + \sqrt{3})^2}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} = \frac{1 + 2\sqrt{3} + 3}{2} = 2 + \sqrt{3}$$

Жауабы: А

20. $\cos(x + 45^\circ) + \sin(x - 45^\circ)$

өрнегінің мәні жататын аралықты анықтаңыз

- A) $[0; +\infty)$
- B) $(-\infty; -2)$
- C) $(-\infty; -4)$
- D) $(1; +\infty)$
- E) $(0; +\infty)$

Шешуі:

$$\begin{aligned} & \cos(x + 45^\circ) + \sin(x - 45^\circ) \\ &= \cos x \sin 45^\circ - \sin x \sin 45^\circ + \sin x \cos 45^\circ - \cos x \sin 45^\circ \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x = 0 \end{aligned}$$

Жауабы: А

21. $1 + \sin 51^\circ - \sin 28^\circ \cos 23^\circ - \cos 28^\circ \sin 23^\circ$

Өрнегінің мәні жататын аралықты анықтаңыз:

- A) $(-\infty; -1)$
- B) $(-\infty; 2)$
- C) $(-\infty; -2)$
- D) $(1; +\infty)$
- E) $(2; +\infty)$

Шешуі:

$$\begin{aligned} & 1 + \sin 51^\circ - \sin 28^\circ \cos 23^\circ - \cos 28^\circ \sin 23^\circ \\ &= 1 + \sin 51^\circ - (\sin 28^\circ \cos 23^\circ + \cos 28^\circ \sin 23^\circ) \\ &= 1 + \sin 51^\circ - \sin(28^\circ + 23^\circ) \\ &= 1 + \sin 51^\circ - \sin 51^\circ = 1 \end{aligned}$$

Жауабы: В

22. $2017 + \operatorname{tg} 20^\circ + \operatorname{tg} 20^\circ \operatorname{tg} 25^\circ + \operatorname{tg} 25^\circ$

Өрнегінің мәні жататын аралықты анықтаңыз:

- A) $(-\infty; 2017)$
- B) $(-\infty; 2018)$
- C) $(-\infty; 2019)$
- D) $(2018; +\infty)$
- E) $(2019; +\infty)$

Шешуі:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(x + y) &= \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y} \\ \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y &= \operatorname{tg}(x + y)(1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y) \\ \operatorname{tg} 45^\circ &= \operatorname{tg}(20^\circ + \operatorname{tg} 25^\circ) = \frac{\operatorname{tg} 20^\circ + \operatorname{tg} 25^\circ}{1 - \operatorname{tg} 20^\circ \operatorname{tg} 25^\circ} \\ \operatorname{tg} 20^\circ + \operatorname{tg} 20^\circ \operatorname{tg} 25^\circ + \operatorname{tg} 25^\circ & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (tg 20^\circ + tg 25^\circ) + tg 20^\circ tg 25^\circ \\
 &= (1 - tg 20^\circ tg 25^\circ) tg(20^\circ + 25^\circ) + tg 20^\circ tg 25^\circ = 1 \\
 &2017 + tg 20^\circ + tg 20^\circ tg 25^\circ + tg 25^\circ = 2017 + 1 = 2018
 \end{aligned}$$

Жауабы: С

23. Егер $tgy + ctgy = 5$ болса, онда $tg^2 y + \frac{1}{\sin y} \cdot \frac{1}{\cos y} + ctg^2 y$ мәнін есептеңіз.

- A) 18
- B) 28
- C) 38
- D) 25
- E) 20

Шешуі:

$$\begin{aligned}
 tgy + ctgy = 5 &\Rightarrow \frac{\sin y}{\cos y} + \frac{\cos y}{\sin y} = 5 \Rightarrow \frac{\sin^2 y + \cos^2 y}{\sin y \cos y} = 5 \Rightarrow \frac{1}{\sin y \cos y} = 5 \\
 (tgy + ctgy)^2 = 5^2 &\Rightarrow tg^2 y + 2tgy \cdot ctgy + ctg^2 y = 25 \Rightarrow tg^2 y + 2 + ctg^2 y = 25 \Rightarrow \\
 tg^2 y + ctg^2 y &= 23 \\
 tg^2 y + \frac{1}{\sin y} \cdot \frac{1}{\cos y} + ctg^2 y &= 23 + 5 = 28
 \end{aligned}$$

Жауабы: В

24. $\sin a + \cos a = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{10}}{5}$, $\left(\frac{\pi}{2} < a < \frac{3\pi}{2}\right)$ берілген, $\frac{\cos a - \sqrt{3} \sin a}{\cos a + \sqrt{3} \sin a}$ өрнегінің

мәнімен табыңыз.

- A) $-\frac{11 + 6\sqrt{2}}{5}$
- B) $\frac{-11 + 6\sqrt{2}}{7}$
- C) $\frac{11 - 6\sqrt{2}}{7}$
- D) $\frac{11 + 6\sqrt{2}}{7}$
- E) $-\frac{11 + 6\sqrt{2}}{7}$

Шешуі:

$$\begin{aligned}
 \sin a + \cos a &= \frac{\sqrt{15} - \sqrt{10}}{5}, \left(\frac{\pi}{2} < a < \frac{3\pi}{2}\right) \\
 \sin a = \frac{\sqrt{15}}{5}, \cos a &= -\frac{\sqrt{10}}{5} \\
 \frac{\cos a - \sqrt{3} \sin a}{\cos a + \sqrt{3} \sin a} &= \frac{-\frac{\sqrt{10}}{5} - \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{15}}{5}}{-\frac{\sqrt{10}}{5} + \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{15}}{5}} \\
 &= -\frac{11 + 6\sqrt{2}}{7}
 \end{aligned}$$

25. $4(\operatorname{tg}255^\circ - \operatorname{tg}555^\circ)$ өрнегінің мәнін табыңыз.

- A) $8\sqrt{3}$
- B) $-8\sqrt{3}$
- C) $\pm 8\sqrt{3}$
- D) $13 < 4(\operatorname{tg}255^\circ - \operatorname{tg}555^\circ) < 14$
- E) $14 < 4(\operatorname{tg}255^\circ - \operatorname{tg}555^\circ) < 15$

Шешуі:

$$\begin{aligned} & 4(\operatorname{tg}255^\circ - \operatorname{tg}555^\circ) \\ &= 4(\operatorname{tg}(180^\circ + 75^\circ) - \operatorname{tg}(540^\circ + 15^\circ)) \\ &= 4(\operatorname{tg}75^\circ - \operatorname{tg}15^\circ) = 4\left(\frac{\sin 75^\circ}{\cos 75^\circ} - \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ}\right) \\ &= 4\left(\frac{\sin 75^\circ \cos 15^\circ - \cos 75^\circ \sin 15^\circ}{\cos 75^\circ \cos 15^\circ}\right) \\ &= 8\left(\frac{\sin(75^\circ - 15^\circ)}{2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ}\right) = 8\left(\frac{\sin 60^\circ}{\sin 30^\circ}\right) = 8\sqrt{3} \end{aligned}$$

Жауабы:А

26. Есептеңдер: $\cos \frac{\pi}{15} \cdot \cos \frac{2\pi}{15} \cdot \cos \frac{3\pi}{15} \cdot \cos \frac{4\pi}{15} \cdot \cos \frac{5\pi}{15} \cdot \cos \frac{6\pi}{15} \cdot \cos \frac{7\pi}{15}$

- A) $\frac{1}{16}$
- B) $\frac{1}{4}$
- C) $\frac{3}{4}$
- D) $\frac{1}{2}$
- E) $\frac{1}{128}$

Шешуі:

$$\begin{aligned} C &= \cos \frac{\pi}{15} \cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{3\pi}{15} \cos \frac{4\pi}{15} \cos \frac{5\pi}{15} \cos \frac{6\pi}{15} \cos \frac{7\pi}{15} \\ S &= \sin \frac{\pi}{15} \sin \frac{2\pi}{15} \sin \frac{3\pi}{15} \sin \frac{4\pi}{15} \sin \frac{5\pi}{15} \sin \frac{6\pi}{15} \sin \frac{7\pi}{15} \\ CS &= \left(\cos \frac{\pi}{15} \cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{3\pi}{15} \cos \frac{4\pi}{15} \cos \frac{5\pi}{15} \cos \frac{6\pi}{15} \cos \frac{7\pi}{15} \right) \\ &\cdot \left(\sin \frac{\pi}{15} \sin \frac{2\pi}{15} \sin \frac{3\pi}{15} \sin \frac{4\pi}{15} \sin \frac{5\pi}{15} \sin \frac{6\pi}{15} \sin \frac{7\pi}{15} \right) \\ CS &= \frac{1}{2^7} \sin \frac{2\pi}{15} \sin \frac{4\pi}{15} \sin \frac{6\pi}{15} \sin \frac{8\pi}{15} \sin \frac{10\pi}{15} \sin \frac{12\pi}{15} \sin \frac{14\pi}{15} \end{aligned}$$

$$CS = \frac{1}{2^7} \sin \frac{2\pi}{15} \sin \frac{4\pi}{15} \sin \frac{6\pi}{15} \sin \left(\pi - \frac{7\pi}{15} \right) \cdot \sin \left(\pi - \frac{5\pi}{15} \right) \sin \left(\pi - \frac{3\pi}{15} \right) \sin \left(\pi - \frac{\pi}{15} \right)$$

$$CS = \frac{1}{128} \sin \frac{\pi}{15} \sin \frac{2\pi}{15} \sin \frac{3\pi}{15} \sin \frac{4\pi}{15} \sin \frac{5\pi}{15} \sin \frac{6\pi}{15} \sin \frac{7\pi}{15}$$

$$CS = \frac{1}{128} S \rightarrow C = \frac{1}{128}$$

$$\cos \frac{\pi}{15} \cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{3\pi}{15} \cos \frac{4\pi}{15} \cos \frac{5\pi}{15} \cos \frac{6\pi}{15} \cos \frac{7\pi}{15} = \frac{1}{128}$$

Жауабы:Е

27. $\frac{\sqrt{1 - \sin 20^\circ}}{\cos 10^\circ - \sqrt{1 - \sin^2 100^\circ}}$ өрнегінің мәнін табыңдар.
- A) 0
 B) 1
 C) ± 1
 D) $2 \cos 180^\circ$
 E) $-2 \cos 180^\circ$

Шешуі:

$$\frac{\sqrt{1 - \sin 20^\circ}}{\cos 10^\circ - \sqrt{1 - \sin^2 100^\circ}} = \frac{\sqrt{\sin^2 10^\circ - 2 \sin 10^\circ \cos 10^\circ + \cos^2 10^\circ}}{\cos 10^\circ - \sqrt{\cos^2 100^\circ}}$$

$$= \frac{\sqrt{(\cos 10^\circ - \sin 10^\circ)^2}}{\cos 10^\circ + \cos 100^\circ} = \frac{\cos 10^\circ - \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ - \sin 10^\circ} = 1$$

Жауабы:В

28. Егер $\operatorname{ctg} \alpha = 4$ болса, онда $\frac{\sin^3 \alpha - 2 \cos^3 \alpha}{\cos^3 \alpha + 2 \sin^3 \alpha}$ мәнін есептеңіз.
- A) $-\frac{127}{66}$
 B) $\frac{127}{66}$
 C) $-\frac{117}{66}$
 D) $\frac{117}{66}$
 E) $-\frac{137}{66}$

Шешуі:

$$\frac{\sin^3 \alpha - 2 \cos^3 \alpha}{\cos^3 \alpha + 2 \sin^3 \alpha} = \frac{\sin^3 \alpha - 2 \cos^3 \alpha}{\sin^3 \alpha} = \frac{1 - 2 \operatorname{ctg}^3 \alpha}{\operatorname{ctg}^3 \alpha + 2} = \frac{1 - 2 \cdot 4^3}{4^3 + 2} = -\frac{127}{66}$$

Жауабы:А

29. $16 \sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ$
 Өрнегінің мәні жататын аралықты анықтаңыз:
 A) $(-\infty; -1)$

- B) $(-\infty; 2)$
- C) $(-\infty; -16)$
- D) $(1; +\infty)$
- E) $(16; +\infty)$

Шешуі:

$$\begin{aligned}
 & 16\sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ \\
 &= 16 \cdot \frac{1}{2} \sin 10^\circ \sin(60^\circ - 10^\circ) \sin(60^\circ + 10^\circ) = 16 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \sin 3 \cdot 10^\circ = 16 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \sin 30^\circ \\
 &= 16 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = 1 \\
 &\sin a \sin(60^\circ - a) \sin(60^\circ + a) = \frac{1}{4} \sin 3a
 \end{aligned}$$

Жауабы: B

30. $\frac{1}{\cos 50^\circ} + \operatorname{tg} 10^\circ$ өрнегімен мәнін табыңыз.

- A) $\sqrt{3}$
- B) $-\sqrt{3}$
- C) $\pm\sqrt{3}$
- D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- E) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Шешуі:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\cos 50^\circ} + \operatorname{tg} 10^\circ &= \frac{2 \sin 50^\circ}{2 \sin 50^\circ \cos 50^\circ} + \frac{\sin 10^\circ}{\cos 10^\circ} \\
 &= \frac{2 \sin 50^\circ}{\sin 100^\circ} + \frac{\sin 10^\circ}{\cos 10^\circ} = \frac{2 \sin(60^\circ - 10^\circ)}{\cos 10^\circ} + \frac{\sin 10^\circ}{\cos 10^\circ} \\
 &= \frac{2 \sin 60^\circ \cos 10^\circ - 2 \cos 60^\circ \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ} + \frac{\sin 10^\circ}{\cos 10^\circ} \\
 &= \frac{\sqrt{3} \cos 10^\circ - \sin 10^\circ + \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ} = \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

Жауабы: A

31. $\sin 50^\circ (1 + \sqrt{3} \operatorname{tg} 10^\circ)$ өрнегімен мәнін табыңыз.

- A) $\sqrt{3}$
- B) $-\sqrt{3}$
- C) $\pm\sqrt{3}$
- D) 1
- E) -1

Шешуі:

$$\begin{aligned}
 & \sin 50^\circ (1 + \sqrt{3} \operatorname{tg} 10^\circ) \\
 &= \sin 50^\circ \left(\frac{\cos 10^\circ + \sqrt{3} \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 2 \sin 50^\circ \left(\frac{\frac{1}{2} \cos 10^\circ + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ} \right) \\
 &= 2 \sin 50^\circ \left(\frac{\cos 60^\circ \cos 10^\circ + \sin 60^\circ \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ} \right) \\
 &= 2 \sin 50^\circ \cdot \frac{\cos(60^\circ - 10^\circ)}{\cos 10^\circ} = 2 \sin 50^\circ \cdot \frac{\cos 50^\circ}{\cos 10^\circ} \\
 &= \frac{\sin 100^\circ}{\cos 10^\circ} = \frac{\sin(90^\circ + 10^\circ)}{\cos 10^\circ} = \frac{\cos 10^\circ}{\cos 10^\circ} = 1
 \end{aligned}$$

Жауабы: А

32. Есептеңіз: $-2 \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 6 \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - 9 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3}$

- A) $\frac{\pi}{3}$
- B) $\frac{2\pi}{3}$
- C) $\frac{11\pi}{3}$
- D) $\frac{13\pi}{3}$
- E) $\frac{7\pi}{3}$

Шешуі:

$$\begin{aligned}
 &-2 \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 6 \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - 9 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} \\
 &= 2 \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + 6 \left(\pi - \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} \right) - 9 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} = 2 \cdot \frac{\pi}{3} + 6 \left(\pi - \frac{\pi}{4} \right) - 9 \cdot \frac{\pi}{6} \\
 &= \frac{2\pi}{3} + \frac{6 \cdot 3\pi}{4} - \frac{9\pi}{6} = \frac{2\pi}{3} + \frac{9\pi}{2} - \frac{3\pi}{2} = \frac{2\pi}{3} + 3\pi = 3\frac{2}{3}\pi = \frac{11\pi}{3}
 \end{aligned}$$

Жауабы: С

33. $\operatorname{tg} 5^\circ + \operatorname{ctg} 5^\circ - \frac{2}{\cos 80^\circ}$ өрнегінің мәнін табыңыз.

- A) 0
- B) 1
- C) ± 1
- D) -2
- E) 3

Шешуі:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{tg} 5^\circ + \operatorname{ctg} 5^\circ - \frac{2}{\cos 80^\circ} &= \frac{\sin 5^\circ}{\cos 5^\circ} + \frac{\cos 5^\circ}{\sin 5^\circ} - \frac{2}{\cos(90^\circ - 10^\circ)} \\
 &= \frac{\sin^2 5^\circ + \cos^2 5^\circ}{\sin 5^\circ \cos 5^\circ} - \frac{2}{\sin 10^\circ} = \frac{2}{\sin 10^\circ} - \frac{2}{\sin 10^\circ} = 0
 \end{aligned}$$

Жауабы: А

34. Есептеңіз: $-3 \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 4 \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - 6 \operatorname{arctg}(-\sqrt{3})$

- A) $\frac{\pi}{3}$
- B) $\frac{2\pi}{3}$
- C) $\frac{11\pi}{3}$
- D) -2π
- E) $-\pi$

Шешуі:

$$\begin{aligned} & -3 \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 4 \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - 6 \operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) \\ & = -3\left(\pi - \arccos\frac{1}{2}\right) - 4 \arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} + 6 \operatorname{arctg}\sqrt{3} = -3\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) - 4 \cdot \frac{\pi}{4} + 6 \cdot \frac{\pi}{3} = -\pi \end{aligned}$$

Жауабы: E

35. Есептеңдер: $\sin 18^\circ \cos 36^\circ$

- A) $-\frac{1}{4}$
- B) $\frac{1}{4}$
- C) $\frac{3}{4}$
- D) $\frac{1}{2}$
- E) $-\frac{1}{8}$

Шешуі:

$$\begin{aligned} \sin 18^\circ \cos 36^\circ &= \frac{2 \sin 18^\circ \cos 18^\circ \cos 36^\circ}{2 \cos 18^\circ} = \frac{2 \sin 36^\circ \cos 36^\circ}{2^2 \cos 18^\circ} \\ &= \frac{\sin 72^\circ}{4 \cos 18^\circ} = \frac{\cos 18^\circ}{4 \cos 18^\circ} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Жауабы: B

36. Есептеңдер: $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ$

- A) $\frac{1}{16}$
- B) $\frac{1}{4}$
- C) $\frac{3}{4}$
- D) $\frac{1}{2}$
- E) $\frac{1}{128}$

Шешуі:

$$C = \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ$$

$$S = \sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 60^\circ \sin 80^\circ$$

$$CS = \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ \sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 60^\circ \sin 80^\circ$$

$$CS = \frac{1}{2^4} (2 \sin 20^\circ \cos 20^\circ) (2 \cos 40^\circ \sin 40^\circ) (2 \cos 60^\circ \sin 60^\circ) (2 \cos 80^\circ \sin 80^\circ)$$

$$CS = \frac{1}{16} (\sin 40^\circ) (\sin 80^\circ) (\sin 120^\circ) (\sin 160^\circ)$$

$$CS = \frac{1}{16} \sin 40^\circ \sin 80^\circ \sin(180^\circ - 60^\circ) \sin(180^\circ - 20^\circ)$$

$$CS = \frac{1}{16} \sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 60^\circ \sin 80^\circ \quad CS = \frac{1}{16} S \rightarrow C = \frac{1}{16}$$

Жауабы: А

37. Есептеңдер: $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) - \arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}$

A) $\frac{\pi}{3}$

B) $-\frac{\pi}{3}$

C) $\frac{3\pi}{4}$

D) $\frac{3\pi}{2}$

E) $\frac{2\pi}{3}$

Шешуі:

$$\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) - \arcsin\frac{\sqrt{3}}{2} = \pi - \arccos\frac{1}{2} - \arcsin\frac{\sqrt{3}}{2} = \pi - \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$$

Жауабы: А

38. Өрнектің мәнін анықтаңыз: $(\sqrt[4]{10})^{2-\lg 4}$

A) $\sqrt{5}$

B) 4

C) $2\sqrt{10}$

D) 8

E) $4\sqrt{5}$

Шешуі:

$$\begin{aligned} (\sqrt[4]{10})^{2-\lg 4} &= \left(10^{\frac{1}{4}}\right)^2 \cdot \left(10^{\frac{1}{4}}\right)^{-\lg 4} = 10^{\frac{1}{2}} \cdot 10^{-\frac{1}{4}\lg 4} \\ &= 10^{\frac{1}{2}} \cdot 10^{\lg 4 \cdot \frac{1}{4}} = 10^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{4^{\frac{1}{4}}} = \frac{10^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{5} \end{aligned}$$

Жауабы: А

39. Өрнек мәнін табыңдар: $3^{2-\log_3 5} - \left(\frac{1}{9}\right)^{\log_3 5}$

A) 1,76

B) -8

C) 1,6(7)

D) 1,7(6)

E) $64^{\frac{1}{5}}$

Шешуі:

$$3^{2-\log_3 5} - \left(\frac{1}{9}\right)^{\log_3 5} = 3^2 \cdot 3^{-\log_3 5} - (3^{-2})^{\log_3 5} = 9 \cdot 3^{\log_3 5^{-1}} - 3^{\log_3 5^{-2}}$$

$$= \frac{9}{5} - \frac{1}{25} = \frac{44}{25} = 1,76$$

Жауабы: А

40. Өрнектің мәнін анықтаңыз:

$$\log_{125} 5 - \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{2} + \log_{2,5} 0,4 - \frac{1}{3}$$

A) - 3,5

B) 4,5

C) $4\frac{1}{3}$

D) $-2\frac{2}{3}$

E) 1

Шешуі:

$$\log_{125} 5 - \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{2} + \log_{2,5} 0,4 - \frac{1}{3} = \log_{5^3} 5 - \log_{2^{\frac{1}{2}}} \frac{1}{2} + \log_{\frac{5}{2}} \frac{2}{5} - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{3} \log_5 5 + 2 \log_2 2 + \log_{\frac{5}{2}} \left(\frac{5}{2}\right)^{-1} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + 2 - 1 - \frac{1}{3} = 1$$

Жауабы: Е

41. $\log_5 \log_7 (7 \log_2 \sqrt[5]{32})$ өрнегінің мәнін есептеңіз.

A) 1

B) 0

C) -1

D) -2

E) 2

Шешуі:

$$\log_5 \log_7 (7 \log_2 \sqrt[5]{32}) = \log_5 \log_7 \left(7 \log_2 (2^5)^{\frac{1}{5}}\right) = \log_5 \log_7 (7 \log_2 2)$$

$$= \log_5 \log_7 7 = \log_5 1 = 0$$

Жауабы: В

42. $\log_{1,5} \log_8 (4 \log_3 \sqrt[4]{81})$ өрнегінің мәнін есептеңіз.

A) 1

B) 0

C) -1

D) -2

E) 2

Шешуі:

$$\log_{1,5} \log_8 (4 \log_3 \sqrt[4]{81}) = \log_{1,5} \log_8 (4 \log_3 \sqrt[4]{3^4}) = \log_{1,5} \log_8 (4 \log_3 3)$$

$$= \log_{1,5} \log_8 4 = \log_{1,5} \log_{2^3} 2^2 = \log_{1,5} \left(\frac{2}{3} \log_2 2\right) = \log_{\frac{3}{2}} \frac{2}{3} = -1$$

43.Өрнектің мәнін анықтаңыз:

$$e^{\ln \cos\left(\frac{3\pi}{5}\right) \cos\left(\frac{6\pi}{5}\right)}$$

- A) $\frac{4}{3}$
- B) $1\frac{1}{4}$
- C) $\frac{1}{4}$
- D) $\frac{1}{2}$
- E) $\frac{3}{4}$

Шешуі:

$$\begin{aligned} e^{\ln \cos\left(\frac{3\pi}{5}\right) \cos\left(\frac{6\pi}{5}\right)} &= \cos\left(\frac{3\pi}{5}\right) \cos\left(\frac{6\pi}{5}\right) \\ &= \cos\left(\pi - \frac{2\pi}{5}\right) \cos\left(\pi + \frac{\pi}{5}\right) = -\cos\frac{2\pi}{5} \left(-\cos\frac{\pi}{5}\right) \\ &= \cos\frac{\pi}{5} \cos\frac{2\pi}{5} = \frac{2\sin\frac{\pi}{5} \cos\frac{\pi}{5} \cos\frac{2\pi}{5}}{2\sin\frac{\pi}{5}} = \frac{2\sin\frac{2\pi}{5} \cos\frac{2\pi}{5}}{4\sin\frac{\pi}{5}} = \frac{\sin\frac{4\pi}{5}}{4\sin\frac{\pi}{5}} = \frac{\sin\left(\pi - \frac{\pi}{5}\right)}{4\sin\frac{\pi}{5}} \\ &= \frac{\sin\frac{\pi}{5}}{4\sin\frac{\pi}{5}} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Жауабы: С,

44. Теңдеуді шешіп, $x^{\log_{12} x^2}$ өрнегінің мәнін табыңдар.

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{6} = 15$$

- A) 80
- B) - 0,75
- C) - 1,25
- D) 0,75
- E) 144

Шешуі:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{6} = 15 \Rightarrow \frac{6x + 4x + 3x + 2x}{12} = 15$$

$$\Rightarrow 15x = 12 \cdot 15 \Rightarrow x = 12$$

$$x^{\log_{12} x^2} = 12^{\log_{12} 12^2} = 12^2 = 144$$

Жауабы: Е

45. Өрнектің мәнін табыңыз: $36^{\log_6 5} + 10^{1-\lg 2} - 3^{\log_9 36}$

- A) 0.
- B) 2.
- C) 61.
- D) 24.
- E) 30.

Шешуі:

$$\begin{aligned} 36^{\log_6 5} + 10^{1-\lg 2} - 3^{\log_9 36} &= 6^{2\log_6 5} + 10^{\lg 10 - \lg 2} - 3^{\log_3 2 \cdot 36} \\ &= 6^{\log_6 5^2} + 10^{\lg 10 : 2} - 3^{\frac{1}{2} \log_3 36} = 6^{\log_6 25} + 10^{\lg 5} - 3^{\log_3 \sqrt{36}} = 25 + 5 - 6 = 24 \end{aligned}$$

Жауабы: D

46. Өрнектің мәнін табыңыз: $27^{\frac{1}{3} \log_3 0,5 - \log_{27} 2}$

- A) 0,25
- B) 2.
- C) 61.
- D) 24.
- E) 30.

Шешуі:

$$\begin{aligned} 27^{\frac{1}{3} \log_3 0,5 - \log_{27} 2} &= 3^{\left(\frac{1}{3} \log_3 0,5 - \log_{3^3} 2 \right)} = 3^{\left(\frac{1}{3} \log_3 0,5 - \frac{1}{3} \log_3 2 \right)} \\ &= 3^{\log_3 0,5 - \log_3 2} = 3^{\log_3 \left(\frac{0,5}{2} \right)} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Жауабы: A

47. Есептеңдер: $(\lg \sqrt{3})^{\lg 45^0}$

- A) $\frac{1}{2} \lg 3$
- B) 0
- C) $\frac{1}{2}$
- D) 1
- E) $-\frac{1}{2} \lg 3$

Шешуі:

$$(\lg \sqrt{3})^{\lg 45^0} = (\lg \sqrt{3})^{\lg 1} = (\lg \sqrt{3})^0 = 1$$

Жауабы: D

48. Егер $x = \log_2 4 - \lg 20 - \lg 5$ болса, онда $245 - 245^x$ есептеңдер.

- A) 245
- B) -245
- C) $-245 \frac{1}{3}$
- D) $244 \frac{1}{3}$
- E) 244

Шешуі:

$$\begin{aligned} x &= \log_2 4 - \lg 20 - \lg 5 = \log_2 2^2 - (\lg 20 + \lg 5) = 2 - \lg 100 = 2 - 2 = 0 \\ &\implies 245 - 245^x = 245 - 245^0 = 245 - 1 = 244 \end{aligned}$$

Жауабы: E

49. $\log_5 (0,25 \log_3 \sqrt[3]{81})$ өрнегінің мәнін есептеңіз.

- A) 1
- B) 0
- C) -1
- D) -2
- E) 2

Шешуі:

$$\begin{aligned} \log_5(0,25 \log_3 \sqrt[5]{81}) &= \log_5(0,25 \log_3 \sqrt[5]{3^4}) = \log_5\left(0,25 \log_3 3^{\frac{4}{5}}\right) \\ &= \log_5\left(0,25 \cdot \frac{4}{5} \log_3 3\right) = \log_5 \frac{1}{5} = -1 \end{aligned}$$

Жауабы:С

50. Егер $\lg 5 = a, \lg 3 = b$ болса, онда $\log_8 30$ мәнін a және b арқылы өрнектеңіз.

- A) $\frac{b+1}{3(1-a)}$
- B) $\frac{b+1}{3(1+a)}$
- C) $-\frac{b+1}{3(1+a)}$
- D) $\frac{b+2}{3(1+a)}$
- E) $\frac{b+3}{3(1+a)}$

Шешуі:

$$\begin{aligned} \log_8 30 &= \frac{\lg 30}{\lg 8} = \frac{\lg 2 \cdot 3 \cdot 5}{\lg 2^3} = \frac{\lg 2 + \lg 3 + \lg 5}{3 \lg 2} \\ &= \frac{\lg \frac{10}{5} + \lg 3 + \lg 5}{3 \lg \frac{10}{5}} = \frac{\lg 10 - \lg 5 + \lg 3 + \lg 5}{3(\lg 10 - \lg 5)} = \frac{1 + \lg 3}{3(1 - \lg 5)} = \frac{1 + b}{3(1 - a)} \end{aligned}$$

Жауабы: А

51. $\log_7 3 = a$ және $\log_7 5 = b$ болса, онда $\log_7 315$ өрнегін a және b арқылы өрнектеңіз.

- A) $\frac{b+1}{3(1-a)}$
- B) $\frac{b+1}{3(1+a)}$
- C) $1+2a+b$.
- D) $\frac{b+2}{3(1+a)}$
- E) $1+2a-b$.

Шешуі:

$$\begin{aligned} \log_7 315 &= \log_7 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = \log_7 3^2 + \log_7 5 + \log_7 7 \\ &= 2 \log_7 3 + \log_7 5 + \log_7 7 = 1 + 2a + b. \end{aligned}$$

Жауабы:С

52. $\log_7 3 = a$ және $\log_7 2 = b$ болса, онда $\log_7 588$ өрнегін a және b арқылы өрнектеңіз.

- A) $\frac{b+1}{3(1-a)}$

- B) $2+a+2b$.
 C) $1+2a+b$.
 D) $\frac{b+2}{3(1+a)}$

E) $1+2a-b$.

Шешуі:

$$\log_7 588 = \log_7 7^2 \cdot 3 \cdot 2^2 = \log_7 7^2 + \log_7 3 + \log_7 2^2 = 2 + a + 2b$$

Жауабы: B

53. $\log_7 3 = a$ және $\log_7 2 = b$ болса, онда $\log_7 378$ өрнегін a және b арқылы өрнектеңіз.

- A) $1+3a+b$.
 B) $3a+b$.
 C) $1+a+b$.
 D) $a+b$.
 E) $2+3a+b$.

Шешуі:

$$\log_7 378 = \log_7 7 \cdot 3^3 \cdot 2 = \log_7 7 + \log_7 3^3 + \log_7 2 = 1 + 3a + b$$

Жауабы: A

54. Шаруа қожалығы егістікке арналған жерді үш күнде жыртып бітірді. Бірінші күні екінші күнмен салыстырғанда 2310 га жер артық жыртылды. Үшінші күн қалған 330 га жер жыртылды, бұл барлық жер алқабының 2 %-ын құрайды. Бірінші және екінші күндердің әр күніне неше гектар жер жыртылды?

- A) 9040 га, 6930 га.
 B) 9340 га, 6940 га.
 C) 9540 га, 6930 га.
 D) 9640 га, 6930 га.
 E) 9240 га, 6930 га.

Шешуі:

	1-күн	2-күн	3-күн
	$x + 2310$	x	330

$$\left| \begin{array}{l} 330 \text{ ----- } 2\% \\ y \text{ ----- } 100\% \end{array} \right. \Rightarrow y = \frac{330 \cdot 100\%}{2\%} = 16500$$

$$x + 2310 + x + 330 = 16500 \Rightarrow 2x = 13860 \Rightarrow x = 6930 \Rightarrow \left| \begin{array}{l} 6930 + 2310 \\ 6930 \end{array} \right. \Rightarrow \left| \begin{array}{l} 9240 \\ 6930 \end{array} \right.$$

Жауабы: E

55. Аулада жүрген тауықтар мен қояндардың аяқтарының саны 40, ал бастарының саны 15. Аулада неше тауық неше қоян жүр?

- A) 5 тауық, 10 қоян.
 B) 13 тауық, 2 қоян.
 C) 12 тауық, 3 қоян.
 D) 10 тауық, 5 қоян.
 E) 11 тауық, 4 қоян.

Шешуі:

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ 2x + 4y = 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 5 \end{cases}$$

Жауабы: D

56. Үш қой мен бір сиыр күніне 11 кг жем жейді, ал бір қой мен үш сиыр күніне 17 кг жем жейді. Күніне бір қой неше кг және сиыр неше кг жем жейді?

- A) 3 кг, 5 кг
- B) 4 кг, 5 кг
- C) 2 кг, 5 кг
- D) 2 кг, 4 кг
- E) 2 кг, 7 кг

Шешуі:

$$\begin{cases} 3x + y = 11 \\ x + 3y = 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$$

Жауабы:С

57. Оқушы дүкенен 20 дәптер және бір күнделік сатып алды, оған 125 теңге төледі. Егер бір дәптер бір күнделік сатып алу үшін 30 теңге төлеу қажет болса, онда күнделік пен дәптердің әрқайсысының бағасы қандай?

- A) 22 тг, 8 тг.
- B) 23 тг, 7 тг.
- C) 15 тг, 15 тг.
- D) 21 тг, 9 тг.
- E) 25 тг, 5 тг.

Шешуі:

$$\begin{cases} 20x + y = 125 \\ x + y = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 25 \end{cases}$$

Жауабы:Е

58. Жиырма төрт жұмысшыдан құрылған бригада тапсырманы 6 күнде орындады. Осы тапсырманы 36 жұмысшыдан құрылған бригада неше күнде орындайды?

- A) 4 күн.
- B) 3 күн.
- C) 10 күн.
- D) 12 күн.
- E) 15 күн.

Шешуі:

$$t = \frac{24 \cdot 6}{36} = 4$$

Жауабы:А

59. Екі бригада жұмысты қатар істеп, бір учаске жерді 12 сағатта өңдеп болды. Егер бригадалардың жұмысты орындау жылдамдықтарының қатынасы 3:2 қатынасындай болса, ол учаскені әр бригада жеке өзі қандай мерзімде орындап болар еді?

- A) 40;50
- B) 40;30
- C) 60;80
- D) 40;60
- E) 20;30

Шешуі:

$$\frac{1}{3x} + \frac{1}{2x} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{4+6}{12x} = \frac{1}{12} \Rightarrow x = 10 \Rightarrow 20;30$$

Жауабы:Е

60. Жұмыс күні 8 сағаттан 7 сағатқа дейін қысқарды. Бұрынғыша бағаланатын болғанда жалақы 5% – ке артуы үшін, еңбек өнімділігін неше процент арттыру керек?

- A) 20%
- B) 15%
- C) 25%
- D) 30%
- E) 5%

Шешуі:

$$\left| \begin{array}{l} 8c \text{ ----- } 1 \\ 7c \text{ ----- } 1,05 \end{array} \right. \Rightarrow \left| \begin{array}{l} 1c \text{ ----- } \frac{1}{8} \\ 1c \text{ ----- } \frac{1,05}{7} \end{array} \right. \Rightarrow \eta = \frac{\frac{1,05}{7} - \frac{1}{8}}{\frac{1}{8}} \cdot 100\% = 20\%$$

Жауабы: А

61. Пропорцияның алдыңғы үш мүшесінің қосындысы 58-ге тең. Үшінші мүше біріншінің $\frac{2}{3}$ бөлігін, ал екіншісі $\frac{3}{4}$ бөлігін құрайды. Пропорцияның төртінші мүшесін табыңдар.

- A) 20
- B) 15
- C) 25
- D) 30
- E) 12

Шешуі:

сан	бірінші	екінші	үшінші	төртінші
	x	$\frac{3}{4}x$	$\frac{2}{3}x$	y
	24	18	16	12

$$x + \frac{3}{4}x + \frac{2}{3}x = 58 \Rightarrow x = 24$$

$$\frac{24}{18} = \frac{16}{y} \Rightarrow y = \frac{18 \cdot 16}{24} = 12$$

Жауабы: Е

62. Екі битонда 70 л сүт бар. Егер бірінші битоннан ондағы сүттің 12,5% – ін екіншісіне қотарып құйса, онда екі битондағы сүт бірдей болады. Әр битонда неше литер сүт бар?

- A) 40;50
- B) 40;30
- C) 60;80
- D) 40;60
- E) 36;45

Шешуі:

$$\begin{cases} x + y = 70 \\ x - 12,5\%x = y + 12,5\%x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 30 \end{cases}$$

Жауабы: В

63. Екі тракторшы егістік жерді бірігіп жыртса, жалғыз екінші тракторшы жыртқаннан 18 сағат ертерек, ал жалғыз екінші тракторшы жыртқаннан 32 сағат ертерек жыртып бітірген болар еді. Осы жерді әрбір тракторшы жеке-жеке қанша уақытта бітірер еді?

- A) 24сағ ,65 сағ
- B) 32сағ ,46 сағ
- C) 42сағ ,46 сағ
- D) 32сағ ,56 сағ
- E) 42сағ ,56 сағ

Шешуі:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{t} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{x-18} & (1) \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{y-18} & (2) \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{x-18} = \frac{1}{y-18} \Rightarrow x = y - 14$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{y-18} \\ x = y - 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{y-14} + \frac{1}{y} = \frac{1}{y-18} \\ x = y - 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 - 64y + 448 = 0 \\ x = y - 14 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (y-56)(y-8) = 0 \\ x = y - 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 56; y = 8(\times) \\ x = 56 - 14 \\ x = 42 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 56 \\ x = 42 \end{cases}$$

Жауабы:Е

64. Екі таңбалы санның бірінші цифры оның екінші цифрынан 4-ке артық, ал осы цифрлардың көбейтіндісі 21-ге тең. Осы екі таңбалы санды табыңдар.

- A) 73
- B) 63
- C) 53
- D) 43
- E) 33

Шешуі:

$$\overline{xy} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 4 \\ xy = 21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow \overline{xy} = 73$$

Жауабы:А

65. Алынған төрт санның алдыңғы үшеуінің өзара қатынасы $\frac{1}{5} : \frac{1}{3} : \frac{1}{20}$

қатынасындай, ал төртінші сан екіншінің 15% – індей болады. Екінші сан қалған сандардың қосындысынан 8 бірлік артық екені белгілі, сол сандарды табыңдар.

- A) 48;80;12;12.
- B) 40;60;12;12.
- C) 60;80;12;12.
- D) 40;80;24;24.
- E) 40;80;12;36.

Шешуі:

сан	бірінші	екінші	үшінші	төртінші
	$\frac{1}{5}x$	$\frac{1}{3}x$	$\frac{1}{20}x$	$\frac{1}{3}x \cdot 15\% = \frac{1}{20}x$
	48	80	12	12

$$\frac{1}{3}x = \frac{1}{5}x + \frac{1}{20}x + \frac{1}{20}x + 8 \Rightarrow x = 240$$

Жауабы: А

66. Катер өзен ағысымен 15 км және ағынсыз суда 4 км жүрген жолына 1 сағат уақыт жұмсады. Егер өзен ағысының жылдамдығы катер жылдамдығынан төрт есе кем болса, өзен ағысының жылдамдығы қандай?

- А) 2 км/сағ.
- В) 3 км/сағ.
- С) 4 км/сағ.
- Д) 5 км/сағ.
- Е) 6 км/сағ.

Шешуі:

$$\begin{cases} v_k = 4v_a \\ \frac{15}{v_k + v_a} + \frac{4}{v_k} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_k = 4v_a \\ \frac{15}{4v_a + v_a} + \frac{4}{4v_a} = 1 \Rightarrow \frac{3}{v_a} + \frac{1}{v_a} = 1 \Rightarrow v_a = 4 \end{cases}$$

Жауабы: С

67. Турбазаға демалысқа келген 83 адам жалпы саны 25-ке тең үйлер мен шатырларға орналастырылды. Егер әр үйге 5 адамнан, ал әр шатырға 2 адамнан орналастырғаны белгілі болса, онда бұл турбазада неше үй, неше шатыр бар?

- А) 11 үй, 14 шатыр.
- В) 12 үй, 13 шатыр.
- С) 13 үй, 12 шатыр.
- Д) 14 үй, 11 шатыр.
- Е) 15 үй, 10 шатыр.

Шешуі:

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ 5x + 2y = 83 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 11 \\ y = 14 \end{cases}$$

Жауабы: А

68. Ағаш кесушілердің үш бригадасының жұмысына 36 мың теңге төленді. Бірінші және үшінші бригадаларға төленген ақша екінші бригадаға төленген ақшадан 2 есе артық, ал екінші және үшінші бригадаларға төленген ақша бірінші бригадаға төленгеннен 3 есе артық болса, осы бригадалардың әрқайсысына қанша ақша төленді?

- А) 9; 12; 15 мың.
- В) 10; 11; 15 мың
- С) 9; 11; 16 мың
- Д) 9; 13; 14 мың.
- Е) 8; 14; 16 мың

Шешуі:

$$\begin{cases} x + y + z = 36000 \\ x + z = 2y \\ y + z = 3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y + y = 36000 \\ x + z = 2y \\ y + z = 3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 12000 \\ x + z = 2 \cdot 12000 \\ 12000 + z = 3x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 12000 \\ x + z = 24000 \\ z = 3x - 12000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 12000 \\ x + 3x - 12000 = 24000 \\ z = 3x - 12000 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 12000 \\ x = 9000 \\ z = 3x - 12000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 12000 \\ x = 9000 \\ z = 3 \cdot 9000 - 12000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 12000 \\ x = 9000 \\ z = 15000 \end{cases}$$

Жауабы: А

69. Бір ерітіндіде 30% (көлемі бойынша) азот қышқылы, ал екіншісінде 55% азот қышқылы бар. 50%-тік 100 литр азот қышқылының ерітіндісін алу үшін, бірінші және екінші ерітінділерден қаншадан алуымыз керек?

- А) 20л, 80л.
- В) 30л, 70л.
- С) 20л, 80л.
- Д) 50л, 50л.
- Е) 45л, 55л.

Шешуі:

$$\begin{cases} x + y = 100 \\ 30\%x + 55\%y = 100 \cdot 50\% \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 80 \end{cases}$$

Жауабы: А

70. Екі шебердің бір күндік еңбек ақысы 1350 тг. Бірінші шебердің 5 күнгі еңбек ақысы екінші шебердің 4 күнгі еңбек ақысынан 270 тг артық. Бірінші шебердің бір күндік еңбек ақысы қанша .

- А) 700 тг
- В) 630 тг
- С) 650 тг
- Д) 670 тг
- Е) 635 тг

Шешуі:

$$\begin{cases} x + y = 1350 \\ 5x - 4y = 270 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 630 \\ y = 720 \end{cases}$$

Жауабы: В

71. Екі құбыр бассейнді 7,5 сағатта толтырады. Бірінші құбыр жеке өзі бассейнді екінші құбырға қарағанда 8 сағат бұрын толтыра алады. Бірінші құбыр жеке өзі бассейнді неше сағатта толтырады?

- А) 10
- В) 12
- С) 20
- Д) 14
- Е) 11

Шешуі:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+8} = \frac{1}{7,5} \Rightarrow \frac{2x+8}{x(x+8)} = \frac{2}{15} \Rightarrow \frac{x+4}{x(x+8)} = \frac{1}{15}$$

$$\Rightarrow x^2 + 8x = 15x + 60 \Rightarrow x^2 - 7x - 60 = 0 \Rightarrow (x-12)(x+5) = 0 \Rightarrow x = 12$$

Жауабы: В

72. Геометриялық прогрессияның алғашқы он екі мүшесінің көбейтіндісін осы прогрессияның бірінші мүшесінің он бірінші дәрежесіне бөлгенде шығатыны...

- А) Прогрессияның алпыс жетінші мүшесі.
- В) Прогрессияның алпыс алтыншы мүшесі.
- С) Прогрессияның алпыс сегізінші мүшесі.
- Д) Прогрессияның он екінші мүшесі.
- Е) Прогрессияның он бірінші мүшесі.

Шешуі:

$$\frac{b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 \cdot \dots \cdot b_{12}}{b_1^{11}} = \frac{b_1 \cdot b_1 q \cdot b_1 q^2 \cdot \dots \cdot b_1 q^{11}}{b_1^{11}} = \frac{b_1^{12} q^{1+2+3+\dots+11}}{b_1^{11}} = b_1 q^{\frac{(1+11)11}{2}} = b_1 q^{66} = b_{67}$$

Жауабы: А

73. Арифметикалық прогрессияның алғашқы жиырма мүшесінің қосындысынан осы прогрессияның бірінші мүшесін он тоғыз рет алып тастағанда шығатыны...

- А) Прогрессияның бір жүз тоқсан бірінші мүшесі.
- В) Прогрессияның бір жүз тоқсаныншы мүшесі.
- С) Прогрессияның жүзінші мүшесі.
- Д) Прогрессияның жиырымасыншы мүшесі.
- Е) Прогрессияның он тоғызыншы мүшесі.

Шешуі:

$$S_{20} - 19a_1 = \frac{(2a_1 + 19d) \cdot 20}{2} - 19a_1 = 20a_1 + 190d - 19a_1 = a_1 + 190d = a_{191}$$

Жауабы: А

74. Мүшелері оң геометриялық прогрессияның екінші және бірінші мүшелерінің айырмасы 18-ге тең, төртінші және үшінші мүшелерінің айырмасы 162-ге тең, прогрессияны құрыңдар.

- А) $b_1 = 1, q = 4$.
- В) $b_1 = 3, q = 2$.
- С) $b_1 = 5, q = 1,5$.
- Д) $b_1 = 6, q = 5$.
- Е) $b_1 = 9, q = 3$.

Шешуі:

$$\{b_n\} \xrightarrow{r.п} \begin{cases} b_2 - b_1 = 18 \\ b_4 - b_3 = 162 \\ b_1 = ?; q = ? \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 q - b_1 = 18 \\ b_1 q^3 - b_1 q^2 = 162 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 q - b_1 = 18 \\ q^2 (b_1 q - b_1) = 162 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b_1 q - b_1 = 18 \\ 18q^2 = 162 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 q - b_1 = 18 \\ q^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 q - b_1 = 18 \\ q = \pm 3 \end{cases} \xrightarrow{b_n > 0} \begin{cases} 3b_1 - b_1 = 18 \\ q = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = 9 \\ q = 3 \end{cases}$$

Жауабы: Е

75. Арифметикалық прогрессияның $d = 3; a_n = 59; S_n = 610$ екендігі белгілі. Прогрессияның мүшелер саны мен алғашқы жүз мүшесінің қосындысын табыңыз.

- А) $n = 40; S_{100} = 11000$
- В) $n = 30; S_{100} = 30000$
- С) $n = 10; S_{100} = 40000$
- Д) $n = 15; S_{100} = 60000$
- Е) $n = 20; S_{100} = 15050$

Шешуі:

$$\begin{cases} d = 3 \\ a_n = 59 \\ S_n = 610 \\ n = ? \\ S_{100} = ? \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = 3 \\ a_n = a_1 + (n-1)d = 59 \\ S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n = 610 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 + (n-1) \cdot 3 = 59 \\ \frac{2a_1 + (n-1) \cdot 3}{2} \cdot n = 610 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -(n-1) \cdot 3 + 59 \\ \frac{2a_1 + (n-1) \cdot 3}{2} \cdot n = 610 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = -(n-1) \cdot 3 + 59 \\ \frac{2((1-n) \cdot 3 + 59) + 3n - 3}{2} \cdot n = 610 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = -(n-1) \cdot 3 + 59 \\ \frac{6 - 6n + 118 + 3n - 3}{2} \cdot n - 610 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -(n-1) \cdot 3 + 59 \\ 3n^2 - 121n + 1220 = 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = -(n-1) \cdot 3 + 59 \\ n = \frac{-(-121) \pm \sqrt{(-121)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1220}}{2 \cdot 3} = \frac{121 \pm \sqrt{1}}{6} = \frac{121 \pm 1}{6} = \left\lfloor \frac{122}{6} \right\rfloor \Rightarrow n = 20 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 20 \\ a_1 = -(20-1) \cdot 3 + 59 = 2 \end{cases}$$

$$S_{100} = \frac{2 \cdot 2 + (100-1) \cdot 3}{2} \cdot 100 = 15050$$

Жауабы:Е

76. $a_8 - a_6 = 6$, $S_{10} = 155$. Осы арифметикалық прогрессияның бірінші мүшесі a_1 мен айырымын d табыңдар.

A) $a_1 = 3$, $d = 2$.

B) $a_1 = 2$, $d = 3$.

C) $a_1 = 1$, $d = 4$.

D) $a_1 = -1$, $d = 2$.

E) $a_1 = 4$, $d = 3$.

Шешуі:

$$\{a_n\} \xrightarrow{A.II} \begin{cases} a_8 - a_6 = 6 \\ S_{10} = 155 \\ a_1 = ?, d = ? \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 7d - (a_1 + 5d) = 6 \\ \frac{(2a_1 + 9d) \cdot 10}{2} = 155 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} d = 3 \\ \frac{(2a_1 + 9 \cdot 3) \cdot 10}{2} = 155 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 3 \\ a_1 = 2 \end{cases}$$

Жауабы: В

77. 227 саны берілген 5; 8; 11; және 3; 7; 11; ..., екі арифметикалық прогрессиялардың ортақ мүшесі бола ма? Егер болса, ол мүшенің әрқайсысындағы нөмірі қандай?

A) Иә, (74 және 56).

B) Иә, (73 және 57).

C) Иә, (75 және 57).

D) Жоқ.

E) Иә, (71 және 53).

Шешуі:

$$\begin{cases} 5; 8; 11; \dots \Rightarrow a_1 = 5, d = 3 \\ 3; 7; 11; \dots \Rightarrow a_1 = 3, d = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_n = 5 + (n_1 - 1) \cdot 3 = 227 \\ a_n = 3 + (n_2 - 1) \cdot 4 = 227 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n_1 = 75 \\ n_2 = 57 \end{cases}$$

Жауабы: С

78. Арифметикалық прогрессия $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{16} + a_{17} = 136$

берілген, $\sqrt[4]{16^{\log_{16}(a_8+a_{10})}}$ өрнегінің мәнін анықтаңыз.

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 16

Шешуі:

$$\frac{a_1 + a_{17}}{2} \cdot 17 = 136 \Rightarrow a_1 + a_{17} = 16$$

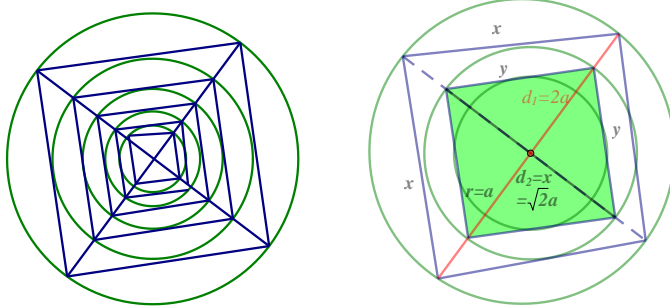
$$a_1 + a_{17} = a_2 + a_{16} = a_3 + a_{15} = a_4 + a_{14} \\ = a_5 + a_{13} = a_6 + a_{12} = a_7 + a_{11}$$

$$= a_8 + a_{10} = 16 \Rightarrow \sqrt[4]{16^{\log_{16}(a_8+a_{10})}} = \sqrt[4]{16^{\log_{16} 16}} = \sqrt[4]{16} = 2$$

Жауабы: B

79. Радиусы a – ға тең дөңгелекке іштей квадрат сызылған, бұл квадратқа іштей дөңгелек сызылған және т.с.с. Онда барлық квадраттардың аудандарының қосындысы неге тең?

- A) $2\pi a^2$.
- B) $3\pi a^2$.
- C) $4\pi a^2$.
- D) $4a^2$.
- E) $3a^2$.



Шешуі:

$$x^2 + x^2 = 4a^2 \Rightarrow x^2 = 2a^2 \Rightarrow \begin{cases} S_1 = 2a^2 \\ x = \sqrt{2}a \end{cases}$$

$$y^2 + y^2 = (\sqrt{2}a)^2 \Rightarrow 2y^2 = 2a^2 \Rightarrow y = a \Rightarrow \begin{cases} S_2 = a^2 \\ y = a \end{cases}$$

$$\{S_n\}: 2a^2; a^2; \frac{1}{2}a^2; \dots \Rightarrow S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{2a^2}{1-\frac{1}{2}} = 4a^2$$

Жауабы: D

80. Геометриялық прогрессияның $b_2 + b_3 = 18$, $b_4 - b_2 = 18$, $S_n = 93$. Осы прогрессияның мүшелерінің санын табындар.

- A) $n = 4$.
- B) $n = 5$.
- C) $n = 6$.
- D) $n = 7$.
- E) $n = 8$.

Шешуі:

$$\{b_n\} \xrightarrow{\text{Г.П}} \begin{cases} b_2 + b_3 = 18 \\ b_4 - b_2 = 18 \\ S_n = 93 \\ n = ? \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1q + b_1q^2 = 18 \\ b_1q^3 - b_1q = 18 \\ S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = 93 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1q(1 + q) = 18 \\ b_1q(q^2 - 1) = 18 \\ S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = 93 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b_1q(1 + q) = 18 \\ \frac{b_1q(q^2 - 1)}{b_1q(1 + q)} = \frac{18}{18} \\ S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = 93 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1q(1 + q) = 18 \\ \frac{(q + 1)(q - 1)}{1 + q} = 1 \\ S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = 93 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1q(1 + q) = 18 \\ q - 1 = 1 \\ S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = 93 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b_1q(1 + q) = 18 \\ q = 2 \\ S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = 93 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 \cdot 2(1 + 2) = 18 \\ q = 2 \\ S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = 93 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = 3 \\ q = 2 \\ S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = 93 \end{cases} \Rightarrow$$

$$S_n = \frac{3(2^n - 1)}{2 - 1} = 93 \Rightarrow 2^n - 1 = 31 \Rightarrow 2^n = 32 \Rightarrow n = 5$$

Жауабы: В

81. Геометриялық прогрессияның $b_4 + b_5 = 24$, $b_6 - b_4 = 24$, $S_n = 127$. Осы прогрессияның мүшелерінің санын табыңдар.

- A) $n = 6$.
- B) $n = 8$.
- C) $n = 7$.
- D) $n = 9$.
- E) $n = 10$.

Шешуі:

$$\begin{cases} b_4 + b_5 = 24 \\ b_6 - b_4 = 24 \\ S_n = 127 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1q^3 + b_1q^4 = 24 \\ b_1q^5 - b_1q^3 = 24 \\ S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = 127 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1q^3(1 + q) = 24 \\ b_1q^3(q^2 - 1) = 24 \\ S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = 127 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b_1q^3(1 + q) = 24 \\ \frac{b_1q^3(1 + q)}{b_1q^3(q^2 - 1)} = 1 \\ S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = 127 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1q^3(1 + q) = 24 \\ \frac{1}{q - 1} = 1 \\ S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = 127 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1q^3(1 + q) = 24 \\ q = 2 \\ S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = 127 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b_1 \cdot 2^3(1+2) = 24 \\ q = 2 \\ S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = 127 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = 1 \\ q = 2 \\ S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} = 127 \end{cases} \Rightarrow \frac{1 \cdot (2^n - 1)}{2 - 1} = 127 \Rightarrow 2^n = 128 \Rightarrow n = 7$$

Жауабы: С

82. x – тің қандай мәндерінде мына сандар $\lg(2^x - 1)$, $\frac{1}{2}\lg 31$ және $\lg(2^x + 1)$

арифметикалық прогрессияны құрайды?

А) 3; 2.

В) 2,5.

С) 2; 3.

Д) Мұндай мәндер жоқ.

Е) 1; 3.

Шешуі:

$$a, b, c \xrightarrow{A.P.} b - a = c - b \rightarrow 2b = a + c \rightarrow b = \frac{a + c}{2}$$

$$\lg(2^x - 1), \frac{1}{2}\lg 31, \lg(2^x + 1) \Rightarrow 2 \cdot \frac{1}{2}\lg 31 = \lg(2^x - 1) + \lg(2^x + 1)$$

$$\Rightarrow \lg 31 = \lg(4^x - 1) \Rightarrow 4^x - 1 = 31 \Rightarrow 4^x = 32 \Rightarrow 2^{2x} = 2^5 \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = 2,5$$

Жауабы: В

83. $\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}} + \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}} + \dots$ қосындысын есептеңдер?

А) $2\sqrt{6}$.

В) $6\sqrt{3}$.

С) $\frac{3\sqrt{6}}{2}$.

Д) $3\sqrt{6}$.

Е) $\frac{3\sqrt{6}}{3}$.

Шешуі:

$$S = \frac{b_1}{1 - q} = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

Жауабы: С

84. Геометриялық прогрессияның $S_2 = 3$, $S_3 = 7$ екендігі белгілі. Осы прогрессияның алғашқы жеті мүшесінің қосындысын S_7 табыңдар.

А) 255.

В) 255; $\frac{473}{135}$.

С) $\frac{473}{135}$.

Д) 127.

Е) 383.

Шешуі:

$$\begin{cases} S_2 = 3 \\ S_3 = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_2 = \frac{b_1(q^2-1)}{q-1} = 3 \\ S_3 = \frac{b_1(q^3-1)}{q-1} = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1(q+1) = 3 \\ \frac{b_1(q^3-1)}{q-1} = \frac{7}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1(q+1) = 3 \\ \frac{q^3-1}{q^2-1} = \frac{7}{3} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b_1(q+1) = 3 \\ \frac{(q-1)(q^2+q+1)}{(q-1)(q+1)} = \frac{7}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1(q+1) = 3 \\ \frac{q^2+q+1}{q+1} = \frac{7}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1(q+1) = 3 \\ 3q^2+3q+3 = 7q+7 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b_1(q+1) = 3 \\ 3q^2-4q-4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = \frac{3}{q+1} \\ q = 2; -\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = 1 \\ q = 2 \end{cases}; \begin{cases} b_1 = 9 \\ q = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_7 = \frac{b_1(q^7-1)}{q-1} \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{b_1=1; q=2} S_7 = \frac{2^7-1}{2-1} = 127 \\ \xrightarrow{b_1=9; q=-\frac{2}{3}} S_7 = \frac{9\left(\left(-\frac{2}{3}\right)^7-1\right)}{-\frac{2}{3}-1} = \frac{463}{81} \end{cases}$$

Немесе $\begin{cases} S_2 = 3 \\ S_3 = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_2 = 1+2 \\ S_3 = 1+2+4 \end{cases} \Rightarrow 1; 2; 4; 8; 16; 32; 64 \Rightarrow S_7 = 127$

Жауабы: D

85. Геометриялық прогрессияның $b_2 + b_3 = 18$, $b_4 - b_2 = 18$, $S_n = 93$. Осы прогрессияның мүшелерінің санын табыңдар.

- A) $n = 4$.
- B) $n = 5$.
- C) $n = 6$.
- D) $n = 7$.
- E) $n = 8$.

Шешуі:

$$\{b_n\} \xrightarrow{Г.П} \begin{cases} b_2 + b_3 = 18 \\ b_4 - b_2 = 18 \\ S_n = 93 \\ n = ? \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1q + b_1q^2 = 18 \\ b_1q^3 - b_1q = 18 \\ S_n = \frac{b_1(q^n-1)}{q-1} = 93 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1q(1+q) = 18 \\ b_1q(q^2-1) = 18 \\ S_n = \frac{b_1(q^n-1)}{q-1} = 93 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b_1q(1+q) = 18 \\ \frac{b_1q(q^2-1)}{b_1q(1+q)} = \frac{18}{18} \\ S_n = \frac{b_1(q^n-1)}{q-1} = 93 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1q(1+q) = 18 \\ \frac{(q+1)(q-1)}{1+q} = 1 \\ S_n = \frac{b_1(q^n-1)}{q-1} = 93 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1q(1+q) = 18 \\ q-1 = 1 \\ S_n = \frac{b_1(q^n-1)}{q-1} = 93 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b_1 q(1+q)=18 \\ q=2 \\ S_n = \frac{b_1(q^n-1)}{q-1}=93 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 \cdot 2(1+2)=18 \\ q=2 \\ S_n = \frac{b_1(q^n-1)}{q-1}=93 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1=3 \\ q=2 \\ S_n = \frac{b_1(q^n-1)}{q-1}=93 \end{cases} \Rightarrow$$

$$S_n = \frac{3(2^n-1)}{2-1}=93 \Rightarrow 2^n-1=31 \Rightarrow 2^n=32 \Rightarrow n=5$$

Жауабы: В

86. Біріншісі 4-ке тең болатын оң таңбалы үш сан геометриялық прогрессия құрайды. Егер екінші санды 8-ге арттырса, онда прогрессия арифметикалық прогрессияға айналады. Геометриялық прогрессияның еселігін табыңдар.

- A) 2.
- B) -1.
- C) 3.
- D) -3.
- E) -2.

Шешуі:

$$b_1 = 4 \xrightarrow{Г.П} 4; 4q; 4q^2 \xrightarrow{4q+8 \rightarrow А.П} 4; 4q+8; 4q^2 \Rightarrow 4q+8-4 = 4q^2 - (4q+8)$$

$$\Rightarrow 4q^2 - 8q - 12 = 0 \Rightarrow q^2 - 2q - 3 = 0 \Rightarrow (q-3)(q+1) = 0 \Rightarrow q = 3; q = -1 \xrightarrow{b_n > 0} q = 3$$

Жауабы: С

87. Біріншісі 8-ге тең болатын үш сан геометриялық прогрессия құрайды. Егер екінші санды 1-ге арттырса, онда прогрессия арифметикалық прогрессияға айналады. Геометриялық прогрессияның еселігін табыңдар.

- A) 2.
- B) $\frac{3}{2}$.
- C) $\frac{1}{2}$.
- D) $\frac{1}{2}; \frac{3}{2}$.
- E) $\frac{1}{3}$.

Шешуі:

$$b_1 = 8 \xrightarrow{Г.П} 8; 8q; 8q^2 \xrightarrow{8q+1 \rightarrow А.П} 8; 8q+1; 8q^2 \Rightarrow 8q+1-8 = 8q^2 - (8q+1)$$

$$\Rightarrow 8q^2 - 16q + 6 = 0 \Rightarrow 4q^2 - 8q + 3 = 0 \Rightarrow q_{1/2} = \frac{8 \pm 4}{8} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = \frac{1}{2} \\ q_2 = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Жауабы: D

88. 1 және 243 сандарының арасына берілгендермен қосылып геометриялық прогрессия құрайтындай 4 сан орналастырыңдар.

- A) $q = \frac{1}{2}$.
- B) $q = \frac{1}{3}$.
- C) $q = 4$.

D) $q = 3$.

E) $q = 5$.

Шешуі:

$$\begin{cases} b_1 = 1 \\ b_6 = 243 \\ q = ? \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = 1 \\ b_1 q^5 = 243 \end{cases} \Rightarrow q^5 = 243 \Rightarrow q^5 = 3^5 \Rightarrow q = 3$$

Жауабы: D

89. Геометриялық прогрессия 6 мүшеден тұрады. Соңғы үш мүшенің қосындысы алдыңғы үш мүшенің қосындысынан 8 есе артық болатын прогрессияның еселігін табыңдар.

A) $q = 2$.

B) $q = 3$.

C) $q = 4$.

D) $q = 1$.

E) $q = 5$.

Шешуі:

$$\begin{cases} b_4 + b_5 + b_6 = 8(b_1 + b_2 + b_3) \\ q = ? \end{cases} \Rightarrow b_1 q^3 + b_1 q^4 + b_1 q^5 = 8(b_1 + b_1 q + b_1 q^2)$$

$$\Rightarrow q^3(b_1 + b_1 q + b_1 q^2) = 8(b_1 + b_1 q + b_1 q^2) \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q = 2$$

Жауабы: A

90. Геометриялық прогрессияның $b_3 + b_4 = 36$, $b_2 + b_3 = 18$. Осы прогрессияның бесінші мүшесін табыңдар.

A) 72.

B) 96.

C) 54.

D) 48.

E) 24.

Шешуі:

$$\begin{cases} b_3 + b_4 = 36 \\ b_2 + b_3 = 18 \\ b_5 = ? \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 q^2 + b_1 q^3 = 36 \\ b_1 q + b_1 q^2 = 18 \\ b_5 = b_1 q^4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 q^2(1+q) = 36 \\ b_1 q(1+q) = 18 \\ b_5 = b_1 q^4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{b_1 q^2(1+q)}{b_1 q(1+q)} = \frac{36}{18} \\ b_1 q(1+q) = 18 \\ b_5 = b_1 q^4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} q = 2 \\ b_1 q(1+q) = 18 \\ b_5 = b_1 q^4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = 2 \\ b_1 = 3 \\ b_5 = b_1 q^4 \end{cases} \Rightarrow b_5 = 3 \cdot 2^4 = 48$$

Жауабы: D

91. Шексіз кемімелі геометриялық прогрессияның қосындысы 9, осы прогрессияның мүшелерінің квадраттарының қосындысы 40,5. Прогрессияны табыңдар.

A) $b_1 = 1, q = 2$.

B) $b_1 = 6, q = \frac{1}{3}$.

C) $b_1 = 3, q = \frac{1}{2}$.

D) $b_1 = 1, q = 2.$

E) $b_1 = 3, q = 4.$

Шешуі:

$$\begin{cases} S = 9 \\ S^{(2)} = 40,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{b_1}{1-q} = 9 \\ \frac{b_1^2}{1-q^2} = 40,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = 9(1-q) \\ \frac{(9(1-q))^2}{1-q^2} = 40,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = 9(1-q) \\ \frac{81(1-q)^2}{(1-q)(1+q)} = 40,5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b_1 = 9(1-q) \\ \frac{2(1-q)}{1+q} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = 9(1-q) \\ 2-2q = 1+q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = 9(1-q) \\ q = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = 9\left(1-\frac{1}{3}\right) \\ q = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = 6 \\ q = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Жауабы: В

92. Екінші мүшесі 6-ға тең, мүшелерінің қосындысы мүшелерінің квадраттарының қосындысының $\frac{1}{8}$ -не тең болатын шексіз кемімелі геометриялық прогрессияның мүшелерін анықтаңдар.

A) $b_1 = 12, q = 0,4.$

B) $b_1 = 8, q = 0,6.$

C) $b_1 = 12, q = 0,5.$

D) $b_1 = 8, q = 4.$

E) $b_1 = 3, q = 2.$

Шешуі:

$$\begin{cases} b_2 = 6 \\ 8S = S^{(2)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 q = 6 \\ \frac{8b_1}{1-q} = \frac{b_1^2}{1-q^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = \frac{6}{q} \\ \frac{8}{1} = \frac{b_1}{1+q} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = \frac{6}{q} \\ \frac{8}{1} = \frac{6}{1+q} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = \frac{6}{q} \\ 8+8q = \frac{6}{q} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b_1 = \frac{6}{q} \\ 8q^2 + 8q - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = \frac{6}{q} \\ 4q^2 + 4q - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = \frac{6}{q} \\ q_{1/2} = \frac{-4 \pm 8}{8} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b_1 = \frac{6}{q} \\ q = \frac{1}{2} \\ q = -\frac{3}{2} \end{cases} \xrightarrow{|q| < 1} \begin{cases} b_1 = \frac{6}{q} \\ q = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1 = \frac{6}{\frac{1}{2}} = 12 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Жауабы: В

93. $x^2 - 2x + 1 > 0$ теңсіздігі шешіндер :

A) $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$

B) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

C) $(-\infty, 1) \cup (-1, +\infty)$

D) $(-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$

E) $(-1, 1)$

Шешуі:

$$y = x^2 - 2x + 1, a = 1 > 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 \pm 0}{2} = 1$$

$$x^2 - 2x + 1 > 0 \Rightarrow x \in (-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$$

Жауабы: А

94. Теңсіздікті шешіңіз: $\log_{x+3}(x^2 - x) < 1$

A) $(-\infty; -2) \cup (-1; 0) \cup (1; 3)$

B) $(-13; -2) \cup (-1; 0) \cup (1; 3)$

C) $(-3; -2) \cup (-1; 0) \cup (1; 9)$

D) $(-3; -2) \cup (-1; 0) \cup (1; 3)$

E) $(-3; -2) \cup (-1; 0) \cup (1; 30)$

Шешуі:

$$\log_{x+3}(x^2 - x) < 1 \Rightarrow \log_{x+3}(x^2 - x) < \log_{x+3}(x+3) \Rightarrow \begin{cases} 0 < x+3 < 1 \rightarrow x^2 - x > x+3 \\ x+3 > 1 \rightarrow x^2 - x < x+3 \\ x^2 - x > 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} -3 < x < -2 \rightarrow x^2 - 2x - 3 > 0 \\ x > -2 \rightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \\ x(x-1) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3 < x < -2 \rightarrow (x-3)(x+1) > 0 \\ x > -2 \rightarrow (x-3)(x+1) < 0 \\ x < 0 \cup x > 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} -3 < x < -2 \rightarrow x < -1 \cup x > 3 \\ x > -2 \rightarrow -1 < x < 3 \\ x < 0 \cup x > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3 < x < -2 \\ -1 < x < 3 \\ x < 0 \cup x > 1 \end{cases} \Rightarrow (-3; -2); (-1; 0); (1; 3)$$

Жауабы: D

95. $\begin{cases} 8x^2 - 2x - 3 > 0 \\ x^2 - x - 6 < 0 \end{cases}$ теңсіздіктер жүйесін бүтін шешімдер қосындысын анықтаңыз.

A) 0

B) 1

C) -1

D) 2

E) -2

Шешуі:

$$\begin{cases} 8x^2 - 2x - 3 > 0 & (1) \\ x^2 - x - 6 < 0 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x^2 - 2x - 3 > 0 & (1) \\ x^2 - x - 6 < 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \rightarrow x \in \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{4}, +\infty\right); (2) \rightarrow x \in (-2, 3)$$

сондықтан бастапқы теңсіздіктер жүйесінің шешулер жиыны төмендегідей болады:

$$x \in \left[\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{4}, +\infty\right) \right] \cap (-2, 3) = \left(-2, -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{4}, 3\right)$$

$$\xrightarrow{\text{бүтін шешімдер}} -1; 1; 2 \Rightarrow -1 + 1 + 2 = 2$$

Жауабы: D

96. Теңсіздікті шешіңіз: $3^{2x-x^2} < 9$

A) $(-1; +1)$

B) $(0; +\infty)$

- C) $(-\infty; 0)$
 D) $(-5; +\infty)$
 E) $(-\infty; +\infty)$

Шешуі:

$$3^{2x-x^2} < 9 \Rightarrow 3^{2x-x^2} < 3^2 \Rightarrow 2x - x^2 < 2 \Rightarrow x^2 - 2x + 3 > 0 \\ \Rightarrow (x-1)^2 + 2 \geq 2 > 0 \Rightarrow x \in R = (-\infty; +\infty)$$

Жауабы: E

97. Теңсіздікті шешіңіз: $7^x - 5^{x+2} > 2 \cdot 7^{x-1} - 118 \cdot 5^{x-1}$

- A) $(-1; +1)$
 B) $(0; +\infty)$
 C) $(-\infty; 0)$
 D) $(2; +\infty)$
 E) $(-\infty; +\infty)$

Шешуі:

$$7^x - 5^{x+2} > 2 \cdot 7^{x-1} - 118 \cdot 5^{x-1} \Rightarrow 7^x - 2 \cdot 7^{x-1} > 5^{x+2} - 118 \cdot 5^{x-1} \\ \Rightarrow 7^{x-1}(7-2) > 5^{x-1}(5^3 - 118) \Rightarrow 7^{x-1} \cdot 5 > 5^{x-1} \cdot 7 \Rightarrow 7^{x-2} > 5^{x-2} \quad ; 5^{x-2} \\ \Rightarrow \left(\frac{7}{5}\right)^{x-2} > \left(\frac{7}{5}\right)^0 \xrightarrow{a=\frac{7}{5}>1} x-2 > 0 \rightarrow x > 2$$

Жауабы: D

98. Теңсіздікті шешіндер: $\sqrt{2x+1} + \sqrt{x-1} > \sqrt{3x}$

- A) $(1, +\infty)$
 B) $[1, +\infty)$
 C) $(-1, +\infty)$
 D) $[-1, +\infty)$
 E) $(-\infty; +\infty)$

Шешуі:

Бұл теңсіздіктегі квадрат түбірлер мағынаға ие болу үшін төмендегі жүйе құрылу керек:

$$\begin{cases} 2x + 1 \geq 0 \\ x - 1 \geq 0 \\ 3x \geq 0 \end{cases} \rightarrow x \geq 1.$$

$(\sqrt{2x+1} + \sqrt{x-1})^2 > (\sqrt{3x})^2 \rightarrow 2\sqrt{(2x+1)(x-1)} > 0 \rightarrow x \neq 1$, сондықтан бастапқы теңсіздік шешімдер жиыны: $x \in (1, +\infty)$

Жауабы: A

99. $\begin{cases} \log_{2,1}(x^2 + 2x - 10) \geq \log_{2,1}(x + 2) \\ |x| < 7 \end{cases}$ теңсіздіктер жүйесін шешіңіз.

- A) $[5; 7]$
 B) $[-10; 6]$
 C) $[2; 6]$
 D) $[-5; 6]$
 E) $[3; 7]$

Шешуі:

$$\begin{cases} \log_{2,1}(x^2 + 2x - 10) \geq \log_{2,1}(x + 2) \\ |x| < 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{a=2,1>1} x^2 + 2x - 10 \geq x + 2 \\ x^2 + 2x - 10 > 0 \\ x + 2 > 0 \\ -7 < x < 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + x - 12 \geq 0 \\ (x - (-1 - \sqrt{11}))(x - (-1 + \sqrt{11})) > 0 \\ x > -2 \\ -7 < x < 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x + 4)(x - 3) \geq 0 \\ (x - (-1 - \sqrt{11}))(x - (-1 + \sqrt{11})) > 0 \\ x > -2 \\ -7 < x < 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq -4 \cup x \geq 3 \\ x < -1 - \sqrt{11} \cup x > -1 + \sqrt{11} \\ x > -2 \\ -7 < x < 7 \end{cases}$$

$$(x \leq -4 \cup x \geq 3) \cap (x < -1 - \sqrt{11} \cup x > -1 + \sqrt{11}) \cap x > -2 \cap -7 < x < 7 = [3; 7)$$

Жауабы: E

100. $\begin{cases} 2^{x^2-14x+46} \geq 0,25 \\ \sqrt{9+x} < 4 \end{cases}$ теңсіздіктер жүйесін қанағаттандыратын ең үлкен және ең

кіші бүтін сандарды табыңыз.

- A) 6; -9
- B) 6; 9
- C) -6; -9
- D) 3; -9
- E) 25; -9

Шешуі:

$$\begin{cases} 2^{x^2-14x+46} \geq 0,25 \\ \sqrt{9+x} < 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^{x^2-14x+46} \geq 2^{-2} \xrightarrow{a=2>1} \\ (\sqrt{9+x})^2 < 4^2 \\ 9+x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 14x + 46 \geq -2 \\ 9+x < 16 \\ x \geq -9 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 - 14x + 48 \geq 0 \\ x < 7 \\ x \geq -9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x-6)(x-8) \geq 0 \\ -9 \leq x < 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 6 \cup x \geq 8 \\ -9 \leq x < 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \leq 6 \cup x \geq 8 \cap -9 \leq x < 7 = -9 \leq x \leq 6$$

Жауабы: A

101. $\begin{cases} \log_{\frac{1}{7}}(x^2 - 2x - 9) \leq \log_{\frac{1}{7}}(x + 1) \\ |x| \leq 6 \end{cases}$ теңсіздіктер жүйесін шешіңіз.

- A) [5; 6]
- B) [-10; 6]
- C) [2; 6]
- D) [-5; 6]
- E) [0; 6]

Шешуі:

$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{7}}(x^2 - 2x - 9) \leq \log_{\frac{1}{7}}(x+1) \\ |x| \leq 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{0 < a = \frac{1}{7} < 1} x^2 - 2x - 9 \geq x + 1 \\ x^2 - 2x - 9 > 0 \\ x + 1 > 0 \\ -6 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 3x - 10 \geq 0 \\ x^2 - 2x - 9 > 0 \\ x > -1 \\ -6 \leq x \leq 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x-5)(x+2) \geq 0 \\ (x - (1 - \sqrt{10})) \cdot (x - (1 + \sqrt{10})) > 0 \\ x > -1 \\ -6 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 5 \\ x < 1 - \sqrt{10} \cup x > 1 + \sqrt{10} \\ x > -1 \\ -6 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -2 \leq x \leq 5 \cap (x < 1 - \sqrt{10} \cup x > 1 + \sqrt{10}) \cap x > -1 \cap -6 \leq x \leq 6 = [5; 6]$$

Жауабы: А

102. Теңсіздіктер жүйесін шешіңіз: $\begin{cases} 2^{x+2} - 0,5 \cdot 2^{x+1} > 3, \\ 0,04^{x^2} \leq 0,2^x. \end{cases}$

- A) $x \in \left[3\frac{1}{2}; +\infty \right)$
- B) $x \in \left[-2\frac{1}{2}; +\infty \right)$
- C) $x \in \left[2\frac{1}{2}; +\infty \right)$
- D) $x \in \left[-\frac{1}{2}; +\infty \right)$
- E) $x \in \left[\frac{1}{2}; +\infty \right)$

Шешуі:

$$\begin{cases} 2^{x+2} - 0,5 \cdot 2^{x+1} > 3, \\ 0,04^{x^2} \leq 0,2^x. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^{x+1}(2 - 0,5) > 3, \\ 0,2^{2x^2} \leq 0,2^x. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^{x+1} > 2 \xrightarrow{a=2>0} \\ 0,2^{2x^2} \leq 0,2^x \xrightarrow{0 < a=0,2 < 1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+1 > 1 \\ 2x^2 \geq x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 2x^2 - x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ (-\infty; 0] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty \right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (-\infty; 0] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty \right) \cap (0; +\infty) = \left[\frac{1}{2}; +\infty \right)$$

Жауабы:Е

103. Теңсіздіктер жүйесін шешіңіз: $\begin{cases} 3^{x+1} - 1,5 \cdot 3^{x-1} < 2,5 \\ 0,3^{2x^2 - 3x + 2} \leq 0,3^x. \end{cases}$

- A) $x < 0,3$
- B) $x < 5$
- C) $x < 2$

D) $x < 0$

E) $x < 1$

Шешуі:

$$\begin{cases} 3^{x+1} - 1,5 \cdot 3^{x-1} < 2,5 \\ 0,3^{2x^2-3x+2} \leq 0,3^x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3^{x-1}(3^2 - 1,5) < 2,5 \\ \xrightarrow{0 < a=0,3 < 0} 2x^2 - 3x + 2 \geq x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3^{x-1} < \frac{1}{3} = 3^{-1} \\ 2x^2 - 4x + 2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \xrightarrow{a=3 > 1} x-1 < -1 \\ x^2 - 2x + 1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 0 \\ (x-1)^2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow (-\infty; 0) \cap (-\infty; +\infty) = (-\infty; 0)$$

Жауабы: D

104. x айнымалысының қандай мәндерінде $\frac{\log_{0,3}(x^2 + x - 12)}{25 - x^2} - \frac{1}{x}$ өрнегінің

мағынасы болады?

A) $(-\infty; -5) \cup (-5; -4) \cup (3; 5) \cup (5; +\infty)$

B) $(-10; -5) \cup (-5; -4) \cup (3; 5) \cup (5; +\infty)$

C) $(-\infty; -5) \cup (-5; -4) \cup (3; 5) \cup (5; 10)$

D) $(-10; -5) \cup (-5; -4) \cup (3; 5) \cup (5; 10)$

E) $(-\infty; -5) \cup (-5; -4) \cup (2; 5) \cup (5; +\infty)$

Шешуі:

$$\begin{cases} x^2 + x - 12 > 0 \\ 25 - x^2 \neq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+4)(x-3) > 0 \\ x \neq -5; 5 \\ x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -4 \cup x > 3 \\ x \neq -5; 5 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (-\infty; -5), (-5; -4), (3; 5), (5; +\infty)$$

Жауабы: $(-\infty; -5), (-5; -4), (3; 5), (5; +\infty)$.

104. Теңсіздікті шешіндер: $2\sin^2 x - 5\sin x + 2 < 0$

A) $\frac{\pi}{6} + 2k\pi < x < \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

B) $\frac{\pi}{3} + 2k\pi < x < \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

C) $-\frac{\pi}{6} + 2k\pi < x < \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

D) $-\frac{\pi}{3} + 2k\pi < x < \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

E) $\frac{\pi}{4} + 2k\pi < x < \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Шешуі:

$$2\sin^2 x - 5\sin x + 2 < 0$$

$$(2\sin x - 1)(\sin x - 2) < 0$$

$$\sin x - 2 < 0 \rightarrow 2\sin x - 1 > 0$$

$$\sin x > \frac{1}{2}$$

$$\frac{\pi}{6} + 2k\pi < x < \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Жауабы: A

105. x -сүйір бұрыш, теңсіздікті шешіндер: $2 \cos x - 2 \sin x + \sqrt{3} - \sqrt{3} \operatorname{ctg} x > 0$

- A) $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$
- B) $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right)$
- C) $\left(-\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right)$
- D) $\left(-\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right)$
- E) $(45^\circ, 60^\circ)$

Шешуі:

$$2 \cos x - 2 \sin x + \sqrt{3} - \sqrt{3} \operatorname{ctg} x > 0$$

$$x \text{ -сүйір бұрыш} \rightarrow \sin x > 0$$

$$2 \cos x - 2 \sin x + \sqrt{3} - \sqrt{3} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} > 0$$

$$2 \sin x \cos x - 2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin x - \sqrt{3} \cdot \cos x > 0$$

$$2 \sin x (\cos x - \sin x) + \sqrt{3} (\sin x - \cos x) > 0$$

$$(\cos x - \sin x)(2 \sin x + \sqrt{3}) > 0$$

$$I. \begin{cases} \cos x - \sin x > 0 \\ 2 \sin x + \sqrt{3} > 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < 45^\circ \\ x > 60^\circ \end{cases} \rightarrow x \in \emptyset$$

$$II. \begin{cases} \cos x - \sin x < 0 \\ 2 \sin x + \sqrt{3} < 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 45^\circ \\ x < 60^\circ \end{cases} \rightarrow x \in (45^\circ, 60^\circ)$$

$$x \in (45^\circ, 60^\circ)$$

Жауабы: E

106. $\left(\sqrt{2} \sin \frac{x}{2} - \sqrt{2} \cos \frac{x}{2}\right)^2 = 5 + \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)$ теңдеуін шешіңіз.

A) $x = \frac{7\pi}{12} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

B) $x = -\frac{7\pi}{12} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

C) $x = \frac{3\pi}{2} + 4\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

D) $x = \frac{5\pi}{12} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

E) $x = \frac{7\pi}{12} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

Шешуі:

$$\left(\sqrt{2} \sin \frac{x}{2} - \sqrt{2} \cos \frac{x}{2}\right)^2 = 5 + \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)$$

$$4 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin \frac{x}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \frac{x}{2}\right)^2 = 5 + \sin\left(-\left(-\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right)\right)$$

$$4\left(\sin\frac{x}{2}\cos\frac{\pi}{4}-\cos\frac{x}{2}\sin\frac{\pi}{4}\right)^2=5-\sin\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)$$

$$4\sin^2\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)-5=0$$

$$4\left(\sin\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)+\frac{5}{4}\right)\left(\sin\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)-1\right)=0$$

$$\sin\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{5}{4}\rightarrow\phi$$

$$\sin\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=1\Rightarrow\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+2\pi n\Rightarrow\frac{x}{2}=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}+2\pi n$$

$$\Rightarrow x=\frac{3\pi}{2}+4\pi n;n\in Z.$$

Жауабы: С

107. Теңсіздікті шешіндер: $\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+\frac{\sqrt{3}}{2}\geq 0$

A) $-\frac{13\pi}{24}+k\pi\leq x\leq\frac{7\pi}{24}+k\pi$

B) $-\frac{13\pi}{24}+2k\pi\leq x\leq\frac{7\pi}{24}+2k\pi$

C) $-\frac{13\pi}{12}+k\pi\leq x\leq\frac{7\pi}{12}+k\pi$

D) $-\frac{13\pi}{12}+2k\pi\leq x\leq\frac{7\pi}{12}+2k\pi$

E) $-\frac{13\pi}{6}+k\pi\leq x\leq\frac{7\pi}{6}+k\pi$

Шешуі:

$$\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+\frac{\sqrt{3}}{2}\geq 0$$

$$\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)\geq-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$-\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+2k\pi\leq 2x+\frac{\pi}{4}\leq\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+2k\pi$$

$$-\left(\pi-\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+2k\pi\leq 2x+\frac{\pi}{4}\leq\pi-\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}+2k\pi$$

$$-\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)+2k\pi\leq 2x+\frac{\pi}{4}\leq\pi-\frac{\pi}{6}+2k\pi$$

$$-\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{4}+2k\pi\leq 2x\leq\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{4}+2k\pi$$

$$-\frac{13\pi}{12}+2k\pi\leq 2x\leq\frac{7\pi}{12}+2k\pi$$

$$-\frac{13\pi}{24}+k\pi\leq x\leq\frac{7\pi}{24}+k\pi$$

$$x\in\left(-\frac{13\pi}{24}+k\pi,\frac{7\pi}{24}+k\pi\right),k\in Z$$

Жауабы: А

108. $(\sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x)^2 = 5 + \cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right)$ теңдеуін шешіңіз.

A) $x = \frac{7\pi}{12} + 2\pi n, n \in Z.$

B) $x = -\frac{7\pi}{12} + \pi n, n \in Z.$

C) $x = \frac{11\pi}{12} + \pi n, n \in Z.$

D) $x = \frac{5\pi}{12} + \pi n, n \in Z.$

E) $x = \frac{7\pi}{12} + \pi n, n \in Z.$

Шешуі:

$$(\sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x)^2 = 5 + \cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right)$$

$$\Rightarrow 4\left(\frac{1}{2} \sin 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x\right)^2 = 5 + \cos\left(-\left(-\frac{\pi}{6} + 2x\right)\right)$$

$$\Rightarrow 4\left(\sin 2x \sin \frac{\pi}{6} + \cos 2x \cos \frac{\pi}{6}\right)^2 = 5 + \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Rightarrow 4 \cos^2\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) - 5 = 0$$

$$\Rightarrow 4\left(\cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) - \frac{5}{4}\right)\left(\cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) + 1\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{5}{4} \rightarrow \phi \\ \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = -1 \Rightarrow 2x - \frac{\pi}{6} = \pi + 2\pi n \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{6} + \pi + 2\pi n$$

$$\Rightarrow 2x = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n \Rightarrow x = \frac{7\pi}{12} + \pi n, n \in Z.$$

Жауабы: E

109. Теңсіздікті шешіндер: $2 \sin x \sin 3x - \sin^2 2x > 0$

A) $-\frac{\pi}{3} + k\pi < x < \frac{\pi}{3} + k\pi, x \neq k\pi, k \in Z$

B) $-\frac{\pi}{4} + k\pi < x < \frac{\pi}{4} + k\pi, x \neq k\pi, k \in Z$

C) $-\frac{\pi}{6} + k\pi < x < \frac{\pi}{6} + k\pi, x \neq k\pi, k \in Z$

D) $-\frac{\pi}{2} + k\pi < x < \frac{\pi}{2} + k\pi, x \neq k\pi, k \in Z$

E) $-\frac{\pi}{4} + 2k\pi < x < \frac{\pi}{4} + 2k\pi, x \neq k\pi, k \in Z$

Шешуі:

$$2 \sin x \sin 3x - \sin^2 2x > 0$$

$$\cos 2x - \cos 4x - \sin^2 2x > 0$$

$$\cos 2x - (\cos^2 2x - \sin^2 2x) - \sin^2 2x > 0$$

$$\begin{aligned} \cos 2x - \cos^2 2x &> 0 \\ \cos 2x(1 - \cos 2x) &> 0 \\ 0 < \cos 2x < 1 \\ -\frac{\pi}{2} + 2k\pi < 2x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi, 2x \neq 2k\pi \\ -\frac{\pi}{4} + k\pi < x < \frac{\pi}{4} + k\pi, x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Жауабы: В

110. Теңсіздікті шешіндер: $\operatorname{ctg} \frac{x}{2} - \operatorname{ctg} x - 1 > 0$

- A) $2k\pi < x < \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- B) $\frac{\pi}{2} + 2k\pi < x < \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- C) $-\frac{\pi}{6} + k\pi < x < \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- D) $-\frac{\pi}{2} + k\pi < x < \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- E) $-\frac{\pi}{4} + 2k\pi < x < \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Шешуі:

$$\begin{aligned} \operatorname{ctg} \frac{x}{2} - \operatorname{ctg} x - 1 &> 0 \\ \operatorname{ctg} \frac{x}{2} - (\operatorname{ctg} x + 1) &> 0 \\ \frac{1 + \cos x}{\sin x} - \frac{\sin x + \cos x}{\sin x} &> 0 \\ \frac{1 - \sin x}{\sin x} &> 0 \\ 1 - \sin x \geq 0 &\rightarrow \sin x > 0 \\ 2k\pi < x < \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Жауабы: А

111. $\cos^2 x \geq 0,25$ теңсіздігін шешіңіз.

- A) $-\frac{\pi}{4} + \pi n \leq x \leq \frac{\pi}{3} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$
- B) $-\frac{\pi}{6} + \pi n \leq x \leq \frac{\pi}{3} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$
- C) $-\frac{\pi}{3} + \pi n \leq x \leq \frac{\pi}{3} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$
- D) $-\frac{\pi}{12} + \pi n \leq x \leq \frac{\pi}{12} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$
- E) $\frac{\pi}{3} + \pi n \leq x \leq \frac{2\pi}{3} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$

Шешуі:

$$\cos^2 x \geq 0,25 \Rightarrow \frac{1 + \cos 2x}{2} \geq \frac{1}{4} \Rightarrow 1 + \cos 2x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 2x \geq -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n \leq 2x \leq \frac{2\pi}{3} + 2\pi n \Rightarrow -\frac{\pi}{3} + \pi n \leq x \leq \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$$

Жауабы: С

112. Теңсіздікті шешіндер: $\sqrt{3} \sin x - \cos x > 0$

A) $x \in \left(\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, k \in Z \right)$

B) $x \in \left(-\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, k \in Z \right)$

C) $x \in \left(-\frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, k \in Z \right)$

D) $x \in \left(\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in Z \right)$

E) $x \in \left(\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z \right)$

Шешуі:

$$\sqrt{3} \sin x - \cos x > 0$$

$$2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x \right) > 0$$

$$2 \left(\cos \frac{\pi}{6} \sin x - \sin \frac{\pi}{6} \cos x \right) > 0$$

$$2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) > 0$$

$$\sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) > 0$$

$$2k\pi < x - \frac{\pi}{6} < \pi + 2k\pi$$

$$\frac{\pi}{6} + 2k\pi < x < \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, k \in Z$$

$$x \in \left(\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, k \in Z \right)$$

Жауабы: А

113. Функцияның анықталу облысын табыңдар: $y = \sqrt{\cos(\sin x)} + \sin x$

A) $x \in R$

B) $x \in (0 + \infty)$

C) $x \in [-1; 1]$

D) $x \in [0; 1]$

E) $x \in [-2; 1]$

Шешуі:

$$y = \sqrt{\cos(\sin x)} + \sin x$$

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

$$\cos(\sin x) > 0 \Rightarrow x \in R$$

Жауабы: А

114. Теңсіздікті шешіңіз: $-4\sin\left(\frac{3x}{4} + \frac{\pi}{4}\right) > -2\sqrt{2}$

A) $\left(-\pi + \frac{8\pi n}{3}; \frac{8\pi n}{3}\right), n \in Z.$

B) $\left(-2,5\pi + \frac{8\pi n}{3}; \frac{8\pi n}{3}\right), n \in Z.$

C) $\left(-3\pi + \frac{8\pi n}{3}; \frac{8\pi n}{3}\right), n \in Z.$

D) $\left(-4\pi + \frac{8\pi n}{3}; \frac{8\pi n}{3}\right), n \in Z.$

E) $\left(-2\pi + \frac{8\pi n}{3}; \frac{8\pi n}{3}\right), n \in Z.$

Шешуі:

$$-4\sin\left(\frac{3x}{4} + \frac{\pi}{4}\right) > -2\sqrt{2} \Rightarrow -4\sin\left(\frac{3x}{4} + \frac{\pi}{4}\right) > -2\sqrt{2} \quad | :(-4)$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{3x}{4} + \frac{\pi}{4}\right) < \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow -\pi - \frac{\pi}{4} + 2\pi n < \frac{3x}{4} + \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$\Rightarrow -\frac{5\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + 2\pi n < \frac{3x}{4} < -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} + 2\pi n \Rightarrow -\frac{6\pi}{4} + 2\pi n < \frac{3x}{4} < 2\pi n \quad \left| \cdot \frac{4}{3} \Rightarrow$$

$$-\frac{6\pi}{4} \cdot \frac{4}{3} + 2\pi n \cdot \frac{4}{3} < \frac{3x}{4} \cdot \frac{4}{3} < 2\pi n \cdot \frac{4}{3} \Rightarrow -2\pi + \frac{8\pi n}{3} < x < \frac{8\pi n}{3}; n \in Z$$

$$\Rightarrow \left(-2\pi + \frac{8\pi n}{3}; \frac{8\pi n}{3}\right), n \in Z.$$

Жауабы: E

115. $3\sin^2 2x - 3\sin 2x = \sin^2 2x + 2$ теңдеуін шешіңіз.

A) $x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}; n \in Z.$

B) $x = (-1)^n \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}; n \in Z.$

C) $x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}; n \in Z.$

D) $x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; n \in Z.$

E) $x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{3} + \frac{\pi n}{2}; n \in Z.$

Шешуі:

$$3\sin^2 2x - 3\sin 2x = \sin^2 2x + 2 \Rightarrow 2\sin^2 2x - 3\sin 2x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (2\sin 2x + 1)(\sin 2x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2\sin 2x + 1 = 0 \\ \sin 2x - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin 2x = -\frac{1}{2} \\ \sin 2x = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = (-1)^n \cdot \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + \pi n \\ 2 \notin [-1; 1] \rightarrow x \in \emptyset \end{cases} \Rightarrow 2x = (-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n$$

$$\Rightarrow x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}; n \in Z.$$

Жауабы: А

116. $4 \sin^2 3x - \sin 3x = 2 + \sin^2 3x$ теңдеуін шешіңіз.

A) $x = \frac{5\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}; (-1)^{n+1} \frac{2}{3} \arcsin \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \pi n; n \in Z.$

B) $x = -\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}; (-1)^{n+1} \frac{2}{3} \arcsin \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \pi n; n \in Z.$

C) $x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}; (-1)^{n+1} \frac{2}{3} \arcsin \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \pi n; n \in Z.$

D) $x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}; (-1)^{n+1} \frac{2}{3} \arcsin \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \pi n; n \in Z.$

E) $x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}; (-1)^{n+1} \frac{1}{3} \arcsin \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \pi n; n \in Z.$

Шешуі:

$$4 \sin^2 3x - \sin 3x = 2 + \sin^2 3x \Rightarrow 3 \sin^2 3x - \sin 3x - 2 = 0 \Rightarrow$$

$$3 \sin^2 3x - \sin 3x - 2 = 0 \Rightarrow 3 \sin^2 3x - \sin 3x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow 3 \left(\sin 3x + \frac{2}{3} \right) (\sin 3x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin 3x = 1 \\ \sin 3x = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n \\ 3x = (-1)^n \arcsin\left(-\frac{2}{3}\right) + \pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3} \\ x = (-1)^{n+1} \frac{1}{3} \arcsin \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \pi n \end{cases}; n \in Z.$$

Жауабы: Е

117. Теңсіздікті шешіңіз: $-\sqrt{3} \cos\left(1,5x + \frac{\pi}{6}\right) < -1,5$

A) $\left(-\frac{2\pi}{9} + \frac{4n}{3}; \frac{4n}{3}\right), n \in Z$

B) $\left(-\frac{\pi}{9} + \frac{4n}{3}; \frac{4n}{3}\right), n \in Z$

C) $\left(-\frac{5\pi}{9} + \frac{4n}{3}; \frac{4n}{3}\right), n \in Z$

D) $\left(-\frac{7\pi}{9} + \frac{4n}{3}; \frac{4n}{3}\right), n \in Z$

E) $\left(-\frac{11}{9} + \frac{4n}{3}; \frac{4n}{3}\right), n \in Z$

Шешуі:

$$-\sqrt{3} \cos\left(1,5x + \frac{\pi}{6}\right) < -1,5 \Rightarrow \cos\left(1,5x + \frac{\pi}{6}\right) > \frac{1,5}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos\left(1,5x + \frac{\pi}{6}\right) > \frac{1,5\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} \Rightarrow$$

$$\cos\left(1,5x + \frac{\pi}{6}\right) > \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{6} + 2\pi n < 1,5x + \frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{6} + 2\pi n$$

$$\Rightarrow -\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6} + 2\pi n < 1,5x < -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + 2\pi n \Rightarrow -\frac{\pi}{3} + 2\pi n < 1,5x < 2\pi n$$

$$\Rightarrow -\frac{\pi}{3} + 2\pi n < \frac{3}{2}x < 2\pi n \quad | \cdot \frac{2}{3} \Rightarrow -\frac{\pi}{3} \cdot \frac{2}{3} + 2 \cdot \frac{2}{3}\pi n < \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3}x < 2 \cdot \frac{2}{3}\pi n$$

$$\Rightarrow -\frac{2\pi}{9} + \frac{4n}{3} < x < \frac{4n}{3}, n \in Z$$

Жауабы: А

118. Теңдеулер жүйесін шешіңіз:
$$\begin{cases} \cos x \cdot \cos y = 0,75 \\ \operatorname{ctgx} \cdot \operatorname{ctgy} = 3 \end{cases}$$

A) $(x; y) = \left(\pm \frac{\pi}{3} + \pi(n+k); \quad \pm \frac{\pi}{6} + \pi(n-k) \right), n, k \in Z.$

B) $(x; y) = \left(\pm \frac{\pi}{6} + \pi(n+k); \quad \pm \frac{\pi}{3} + \pi(n-k) \right), n, k \in Z.$

C) $(x; y) = \left(\pm \frac{\pi}{3} + \pi(n+k); \quad \pm \frac{\pi}{3} + \pi(n-k) \right), n, k \in Z.$

D) $(x; y) = \left(\pm \frac{\pi}{6} + \pi(n+k); \quad \pm \frac{\pi}{6} + \pi(n-k) \right), n, k \in Z.$

E) $(x; y) = \left(\pm \frac{\pi}{4} + \pi(n+k); \quad \pm \frac{\pi}{4} + \pi(n-k) \right), n, k \in Z.$

Шешуі:

$$\begin{cases} \cos x \cdot \cos y = 0,75 \\ \operatorname{ctgx} \cdot \operatorname{ctgy} = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos x \cdot \cos y = 0,75 \\ \frac{\cos x \cdot \cos y}{\sin x \cdot \sin y} = 3; \sin x \sin y \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos x \cdot \cos y = 0,75 \\ \frac{0,75}{\sin x \sin y} = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x \cdot \cos y = 0,75 & (1) \\ \sin x \cdot \sin y = 0,25 & (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{(1)+(2)} \cos x \cdot \cos y + \sin x \sin y = 1 \\ \xrightarrow{(1)-(2)} \cos x \cos y - \sin x \cdot \sin y = 0,5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos(x-y) = 1 & (3) \\ \cos(x+y) = 0,5 & (4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y = 2\pi n, n \in Z \\ x+y = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{(3)+(4)} 2x = 2\pi n \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k; n, k \in Z \\ \xrightarrow{(4)-(3)} 2y = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k - 2\pi n; n, k \in Z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pi n \pm \frac{\pi}{6} + \pi k; n, k \in Z \\ y = \pm \frac{\pi}{6} + \pi k - \pi n; n, k \in Z \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi(n+k); n, k \in Z \\ y = \pm \frac{\pi}{6} + \pi(n-k); n, k \in Z \end{cases}$$

Жауабы: D

119. Теңдеулер жүйесін шешіңіз:
$$\begin{cases} \sin x \cdot \sin y = \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \operatorname{tgx} \cdot \operatorname{tgy} = 1 \end{cases}$$

A)
$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}(k+2n), n, k \in Z \\ y_1 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}(k-2n), n, k \in Z \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} x_2 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}(k+2n), n, k \in Z \\ y_2 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}(k-2n), n, k \in Z \end{array} \right\}.$$

$$\begin{aligned}
 \text{B)} & \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}(k+2n), n, k \in Z \\ y_1 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}(k-2n), n, k \in Z \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} x_2 = -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}(k+2n), n, k \in Z \\ y_2 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}(k-2n), n, k \in Z \end{array} \right\} \\
 \text{C)} & \left\{ \begin{array}{l} x_1 = -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}(k+2n), n, k \in Z \\ y_1 = -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}(k-2n), n, k \in Z \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} x_2 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}(k+2n), n, k \in Z \\ y_2 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}(k-2n), n, k \in Z \end{array} \right\} \\
 \text{D)} & \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}(k+2n), n, k \in Z \\ y_1 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}(k-2n), n, k \in Z \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} x_2 = -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}(k+2n), n, k \in Z \\ y_2 = -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}(k-2n), n, k \in Z \end{array} \right\} \\
 \text{E)} & \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}(k+2n), n, k \in Z \\ y_1 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}(k-2n), n, k \in Z \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} x_2 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}(k+2n), n, k \in Z \\ y_2 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}(k-2n), n, k \in Z \end{array} \right\}
 \end{aligned}$$

Шешуі:

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{l} \sin x \cdot \sin y = \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sin x \cdot \sin y = \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{\sin x \sin y}{\cos x \cos y} = 1; \cos x \cos y \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sin x \cdot \sin y = \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}}{\cos x \cos y} = 1 \end{array} \right\} \\
 & \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sin x \cdot \sin y = \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \cos x \cos y = \frac{\sqrt{3}}{4} \end{array} \right. \quad (1) \quad \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{(1)+(2)} \cos x \cos y + \sin x \cdot \sin y = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \xrightarrow{(2)-(1)} \cos x \cos y - \sin x \sin y = 0 \end{array} \right. \\
 & \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \cos(x-y) = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos(x+y) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x-y = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi m, n \in Z \quad (3) \\ x+y = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z \quad (4) \end{array} \right. \\
 & \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{(3)+(4)} 2x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi m + \frac{\pi}{2} + \pi k, n, k \in Z \\ \xrightarrow{(4)-(3)} 2y = \frac{\pi}{2} + \pi k \mp \frac{\pi}{6} - 2\pi m, n, k \in Z \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \pm \frac{\pi}{12} + \pi m + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, n, k \in Z \\ y = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2} \mp \frac{\pi}{12} - \pi m, n, k \in Z \end{array} \right. \\
 & \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \pm \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}(k+2n), n, k \in Z \\ y = \frac{\pi}{4} \mp \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}(k-2n), n, k \in Z \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}(k+2n), n, k \in Z \\ y_1 = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}(k-2n), n, k \in Z \end{array} \right\}, \\
 & \left\{ \begin{array}{l} x_2 = -\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}(k+2n), n, k \in Z \\ y_2 = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}(k-2n), n, k \in Z \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}(k+2n), n, k \in Z \\ y_1 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}(k-2n), n, k \in Z \end{cases}, \begin{cases} x_2 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}(k+2n), n, k \in Z \\ y_2 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}(k-2n), n, k \in Z \end{cases}$$

Жауабы:Е

120. $4\cos^2 3x - 3 = 0$ теңдеуін шешіңіз.

- A) $x = \pm \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{3}, n \in Z.$
 B) $x = \pm \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{24}, n \in Z.$
 C) $x = \pm \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{18}, n \in Z.$
 D) $x = \pm \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{12}, n \in Z.$
 E) $x = \pm \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{6}, n \in Z.$

Шешуі:

$$4\cos^2 3x - 3 = 0 \Rightarrow \cos^2 3x = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{1 + \cos 6x}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos 6x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 6x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n \Rightarrow x = \pm \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{3}, n \in Z.$$

Жауабы: А

121. $4\sin^2 \frac{x}{2} - 1 = 0$ теңдеуін шешіңіз.

- A) $x = \pm \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{3}, n \in Z.$
 B) $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z.$
 C) $x = \pm \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{18}, n \in Z.$
 D) $x = \pm \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{12}, n \in Z.$
 E) $x = \pm \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{6}, n \in Z.$

Шешуі:

$$4\sin^2 \frac{x}{2} - 1 = 0 \Rightarrow \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1 - \cos x}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z.$$

Жауабы: В

122. $6\sin^2 x - \cos x - 5 = 0$ теңдеуін шешіңіз.

- A) $x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n; x = \pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi k, n, k \in Z.$
 B) $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; x = \pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi k, n, k \in Z.$
 C) $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; x = \pm \arccos \frac{2}{3} + 2\pi k, n, k \in Z.$

D) $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n; x = \pm \arccos \frac{2}{3} + 2\pi k, n, k \in Z.$

E) $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n; x = \pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi k, n, k \in Z.$

Шешуі:

$$6 \sin^2 x - \cos x - 5 = 0 \Rightarrow 6(1 - \cos^2 x) - \cos x - 5 = 0$$

$$\Rightarrow 6 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \Rightarrow 6 \left(\cos x + \frac{1}{2} \right) \left(\cos x - \frac{1}{3} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} \\ \cos x = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z \\ x = \pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi k, k \in Z \end{cases}$$

Жауабы: E

123. $\operatorname{tg} 2x > -\sqrt{3}$ теңсіздігін шешіңдер.

A) $\left(\frac{\pi}{6} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n \right), n \in Z$

B) $\left(-\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n \right), n \in Z$

C) $\left(-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2} \right), n \in Z$

D) $\left(-\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n \right), n \in Z$

E) $\left(-\frac{\pi}{6} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n \right), n \in Z$

Шешуі:

$$\operatorname{tg} 2x > -\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 2x \in \left(\operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n \right) = \left(-\frac{\pi}{3} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n \right)$$

$$\Rightarrow x \in \left(-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2} \right), n \in Z.$$

Жауабы: C

124. $6 \cos^2 x + \sin x - 5 = 0$ теңдеуін шешіңіз.

A) $x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n; x = \pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi k, n, k \in Z.$

B) $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; x = \pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi k, n, k \in Z.$

C) $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; x = \pm \arccos \frac{2}{3} + 2\pi k, n, k \in Z.$

D) $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k; x = (-1)^{n+1} \arcsin \frac{1}{3} + \pi n, n, k \in Z.$

E) $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n; x = \pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi k, n, k \in Z.$

Шешуі:

$$6 \cos^2 x + \sin x - 5 = 0 \Rightarrow 6(1 - \sin^2 x) + \sin x - 5 = 0 \Rightarrow 6 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0 \Rightarrow$$

$$6 \left(\sin x + \frac{1}{3} \right) \left(\sin x - \frac{1}{2} \right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{1}{3} \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = (-1)^{n+1} \arcsin \frac{1}{3} + \pi n, n \in Z \\ x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z \end{cases}$$

Жауабы: D

125. Теңсіздікті шешіңіз: $6 \sin^2 x - \sin x - 1 \leq 0$

- A) $\left[-\arcsin\frac{1}{3}+2\pi n; \frac{\pi}{3}+2\pi n\right] \cup \left[\frac{\pi}{2}+2\pi n; \pi+\arcsin\frac{1}{3}+2\pi n\right], n \in Z$
 B) $\left[-\arcsin\frac{2}{3}+2\pi n; \frac{\pi}{6}+2\pi n\right] \cup \left[\frac{5\pi}{6}+2\pi n; \pi+\arcsin\frac{2}{3}+2\pi n\right], n \in Z$
 C) $\left[\arcsin\frac{2}{3}+2\pi n; \frac{\pi}{6}+2\pi n\right] \cup \left[\frac{5\pi}{6}+2\pi n; \pi+\arcsin\frac{1}{3}+2\pi n\right], n \in Z$
 D) $\left[-\arcsin\frac{1}{3}+2\pi n; \frac{\pi}{6}+2\pi n\right] \cup \left[\frac{5\pi}{6}+2\pi n; \pi+\arcsin\frac{1}{3}+2\pi n\right], n \in Z$
 E) $\left[-\arcsin\frac{2}{3}+2\pi n; \frac{\pi}{6}+2\pi n\right] \cup \left[\frac{5\pi}{6}+2\pi n; \pi+\arcsin\frac{1}{3}+2\pi n\right], n \in Z$

Шешуі:

$$6\sin^2 x - \sin x - 1 \leq 0 \Rightarrow \sin x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-1)}}{12} = \frac{1 \pm 5}{12} \Rightarrow \sin x = \begin{cases} -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 6\left(\sin x + \frac{1}{3}\right)\left(\sin x - \frac{1}{2}\right) \leq 0 \Rightarrow -\frac{1}{3} \leq \sin x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \sin x \geq -\frac{1}{3} \\ \sin x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\arcsin\frac{1}{3} + 2\pi n \leq x \leq \pi + \arcsin\frac{1}{3} + 2\pi n \\ \frac{\pi}{6} + 2\pi n \leq x \leq \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \end{cases}$$

$$\Rightarrow -\arcsin\frac{1}{3} + 2\pi n \leq x \leq \frac{\pi}{6} + 2\pi n \cup \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \leq x \leq \pi + \arcsin\frac{1}{3} + 2\pi n, n \in Z$$

Жауабы: D

126. Теңдеуді шешіңіз: $\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x = \frac{1}{8}$

- A) $x_1 = \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{9}, n \in Z; x_2 = \frac{2\pi k}{7}, k \neq \frac{7}{2}m, m, k \in Z$
 B) $x_1 = \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{9}, n \in Z; x_2 = \frac{2\pi k}{7}, k \neq \frac{7}{2}m, m, k \in Z$
 C) $x_1 = -\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{9}, n \in Z; x_2 = -\frac{2\pi k}{7}, k \neq \frac{7}{2}m, m, k \in Z$
 D) $x_1 = \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{9}, n \in Z; x_2 = -\frac{2\pi k}{7}, k \neq \frac{7}{2}m, m, k \in Z$
 E) $x_1 = -\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{9}, n \in Z; x_2 = \frac{2\pi k}{7}, k \neq \frac{7}{2}m, m, k \in Z$

Шешуі:

$$\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x = \frac{1}{8}$$

$$2\sin x \cos x \cos 2x \cos 4x = \frac{1}{4} \sin x; x \neq \pi m, m \in Z$$

$$\sin 2x \cos 2x \cos 4x = \frac{1}{4} \sin x \Rightarrow 2 \sin 2x \cos 2x \cos 4x = \frac{1}{2} \sin x$$

$$\Rightarrow \sin 4x \cos 4x = \frac{1}{2} \sin x \Rightarrow 2 \sin 4x \cos 4x = \sin x$$

$$\Rightarrow \sin 8x = \sin x \Rightarrow \sin 8x - \sin x = 0$$

$$\Rightarrow 2 \cos \frac{8x+x}{2} \sin \frac{8x-x}{2} = 0 \Rightarrow 2 \cos \frac{9x}{2} \sin \frac{7x}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos \frac{9x}{2} = 0 \\ \sin \frac{7x}{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{9x_1}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{7x_2}{2} = \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{9}, n \in \mathbb{Z} \\ x_2 = \frac{2\pi k}{7}, k \neq \frac{7}{2}m, m, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{9}, n \in \mathbb{Z}; x_2 = \frac{2\pi k}{7}, k \neq \frac{7}{2}m, m, k \in \mathbb{Z}$$

Жауабы: А

127. Теңсіздіктер жүйесін шешіңіз:
$$\begin{cases} 4 \sin x \cdot \cos x \geq 1 \\ \cos 2x < \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

A) $x \in \left[-\frac{\pi}{8} + \pi n; \frac{5\pi}{12} + \pi n \right], n \in \mathbb{Z}.$

B) $x \in \left[\frac{\pi}{18} + \pi n; \frac{5\pi}{24} + \pi n \right], n \in \mathbb{Z}.$

C) $x \in \left[-\frac{\pi}{8} + \pi n; \frac{5\pi}{24} + \pi n \right], n \in \mathbb{Z}.$

D) $x \in \left[\frac{\pi}{8} + \pi n; \frac{5\pi}{12} + \pi n \right], n \in \mathbb{Z}.$

E) $x \in \left[\frac{\pi}{8} + \pi n; \frac{5\pi}{6} + \pi n \right], n \in \mathbb{Z}.$

Шешуі:

$$\begin{cases} 4 \sin x \cdot \cos x \geq 1 \\ \cos 2x < \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin 2x \geq \frac{1}{2} \\ \cos 2x < \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{6} + 2\pi n \leq 2x \leq \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \\ \frac{\pi}{4} + 2\pi n < 2x < \frac{7\pi}{4} + 2\pi n \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{12} + \pi n \leq x \leq \frac{5\pi}{12} + \pi n \\ \frac{\pi}{8} + \pi n < x < \frac{7\pi}{8} + \pi n \end{cases} \Rightarrow \left[\frac{\pi}{8} + \pi n; \frac{5\pi}{12} + \pi n \right], n \in \mathbb{Z}.$$

Жауабы: D

128. Теңсіздіктер жүйесін шешіңіз:
$$\begin{cases} 2(\cos^2 x - \sin^2 x) \geq 1 \\ \sin 2x < \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

A) $x \in \left[-\frac{\pi}{6} + \pi n; \frac{\pi}{3} + \pi n \right], n \in \mathbb{Z}.$

B) $x \in \left[-\frac{\pi}{6} + \pi n; \frac{\pi}{4} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}.$

C) $x \in \left[-\frac{\pi}{6} + \pi n; \frac{\pi}{5} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}.$

D) $x \in \left[-\frac{\pi}{6} + \pi n; \frac{\pi}{8} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}.$

E) $x \in \left[-\frac{\pi}{6} + \pi n; \frac{\pi}{9} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}.$

Шешуі:

$$\begin{cases} 2(\cos^2 x - \sin^2 x) \geq 1 \\ \sin 2x < \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos 2x \geq \frac{1}{2} \\ \sin 2x < \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{\pi}{3} + 2\pi n \leq 2x \leq \frac{\pi}{3} + 2\pi n \\ -\frac{5\pi}{4} + 2\pi n < 2x < \frac{\pi}{4} + 2\pi n \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\frac{\pi}{6} + \pi n \leq x \leq \frac{\pi}{6} + \pi n \\ -\frac{5\pi}{8} + \pi n < x < \frac{\pi}{8} + \pi n \end{cases} \Rightarrow \left[-\frac{\pi}{6} + \pi n; \frac{\pi}{8} + \pi n\right), n \in \mathbb{Z}.$$

Жауабы: D

129. Теңдікті шешіңіз: $\operatorname{ctg}^2 x - \operatorname{tg}^2 x = 4 \cos 2x$

A) $x = \frac{\pi}{5} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}.$

B) $x = -\frac{3\pi}{5} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}.$

C) $x = \frac{3\pi}{5} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}.$

D) $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}.$

E) $x = -\frac{7\pi}{5} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}.$

Шешуі:

$$\begin{aligned} \operatorname{ctg}^2 x - \operatorname{tg}^2 x = 4 \cos 2x &\Rightarrow \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = 4 \cos 2x \\ \xrightarrow{\sin x \cos x \neq 0} \frac{\cos^4 x - \sin^4 x}{\sin^2 x \cos^2 x} &= 4 \cos 2x \\ \xrightarrow{\sin x \cos x \neq 0} \frac{(\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x)}{(\sin x \cos x)^2} &= 4 \cos 2x \\ \xrightarrow{\sin x \cos x \neq 0} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\frac{1}{4}(2 \sin x \cos x)^2} = 4 \cos 2x &\xrightarrow{\sin x \cos x \neq 0} \frac{\cos 2x}{\sin^2 2x} = \cos 2x \\ \xrightarrow{\sin x \cos x \neq 0} \frac{\cos 2x}{\sin^2 2x} - \cos 2x = 0 &\xrightarrow{\sin x \cos x \neq 0} \cos 2x \left(\frac{1}{\sin^2 2x} - 1 \right) = 0 \\ \xrightarrow{\sin x \cos x \neq 0} \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin^2 2x \neq 0 \end{cases} \xrightarrow{\sin x \cos x \neq 0} 2x = \frac{\pi}{2} + \pi n &\Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Жауабы: D

130. $y = \sqrt{-\sin x} + \sqrt{\cos x}$ функциясының анықталу облысын табыңдар.

- A) $\left[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi; 2k\pi\right], k \in Z$
 B) $\left[-\frac{\pi}{2} + k\pi; k\pi\right], k \in Z$
 C) $\left[-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right], k \in Z$
 D) $\left[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right], k \in Z$
 E) $\left[\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \pi + 2k\pi\right], k \in Z$

Шешуі:

$$y = \sqrt{-\sin x} + \sqrt{\cos x}$$

$$\begin{cases} -\sin x \geq 0 \\ \cos x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin x \leq 0 \\ \cos x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \in \text{III, IV} \\ x \in \text{I, IV} \end{cases} \Rightarrow x \in \text{IV}$$

$$x \in \text{IV} \Rightarrow x \in \left[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi; 2k\pi\right], k \in Z$$

Жауабы: А

131. $y = -1 - 4\sin x - \sin^2 x$ функциясының ең үлкен мәнін табыңыз.

- A) 0
 B) 1
 C) 2
 D) 3
 E) 4

Шешуі:

$$y = -1 - 4\sin x - \sin^2 x$$

$$y = -\sin^2 x - 4\sin x - 1$$

$$y_{\sin x = -1} = -(-1)^2 - 4 \cdot (-1) - 1 = 2$$

$$y_{\sin x = 0} = -(0)^2 - 4 \cdot (0) - 1 = -1$$

$$y_{\sin x = 1} = -1^2 - 4 \cdot 1 - 1 = -6$$

Жауабы:С

132. Функциясының анықталу облысын табыңыз: $y = \log_{0,3} \frac{6}{x-1}$.

- A) $x > 1$.
 B) $x \neq 1$.
 C) $x < 1$.
 D) $x > -1$.
 E) $x < -1$.

Шешуі:

$$y = \log_{0,3} \frac{6}{x-1} \Rightarrow \frac{6}{x-1} > 0 \Rightarrow x-1 > 0 \Rightarrow x > 1$$

Жауабы: А

133. Функциялардың графиктерінің қиылысу нүктесінің координаталарын табыңыз: $y = 4x^2 + 3x + 6$ және $y = 3x^2 - 3x - 3$.

А) (-3; 33).

В) $\left(\frac{-3 \pm \sqrt{87}}{8}; \frac{3 \pm \sqrt{45}}{6}\right)$.

С) (3; 15).

Д) (-3; -33).

Е) (3; 33).

Шешуі:

$$\begin{cases} y = 4x^2 + 3x + 6 \\ y = 3x^2 - 3x - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4x^2 + 3x + 6 \\ 4x^2 + 3x + 6 = 3x^2 - 3x - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4x^2 + 3x + 6 \\ x^2 + 6x + 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} y = 4x^2 + 3x + 6 \\ (x+3)^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4(-3)^2 + 3(-3) + 6 \\ x = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 33 \\ x = -3 \end{cases}$$

Жауабы: А

134. Жұп функцияны табыңыз:

1. $f(x) = 3x^2 + x$.

2. $f(x) = x \cdot \sin 2x$.

3. $f(x) = \frac{\sin^2 x}{x^2 - 1}$.

4. $f(x) = \frac{\cos x^3}{4 - x^2}$.

А) 1.

В) 1, 2.

С) 1, 2, 3.

Д) Тек 2.

Е) 2, 3, 4.

Шешуі:

1. $f(x) = 3x^2 + x \Rightarrow f(-x) = 3(-x)^2 + (-x) = 3x^2 - x \neq \pm f(x)$ – ЖЖФ

2. $f(x) = x \cdot \sin 2x \Rightarrow f(-x) = -3 \sin(-2x) = 3 \sin 2x = f(x)$ – жұп.

3. $f(x) = \frac{\sin^2 x}{x^2 - 1} \Rightarrow f(-x) = \frac{\sin^2(-x)}{(-x)^2 - 1} = \frac{\sin^2 x}{x^2 - 1} = f(x)$ – жұп.

4. $f(x) = \frac{\cos x^3}{4 - x^2} \Rightarrow f(-x) = \frac{\cos(-x)^3}{4 - (-x)^2} = \frac{\cos x^3}{4 - x^2} = f(x)$ – жұп.

Жауабы: Е

135. $y = 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ функциясының $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{3}\right]$ аралығындағы ең үлкен және ең

кіші мәнін табындар.

А) 2;1

В) 1;0

С) 1;-1

Д) 2;-1

Е) 3;-1

Шешуі:

$$\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$$

$$-\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \leq x - \frac{\pi}{3} \leq \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3}$$

$$-\frac{\pi}{6} \leq x - \frac{\pi}{3} \leq \frac{\pi}{3}$$

$$x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \rightarrow x = \frac{2\pi}{3} \text{ болғанда ең кіші мән қабылдайды:}$$

$$y_{x=\frac{2\pi}{3}} = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 2\cos\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{6} \rightarrow x = \frac{\pi}{3} \text{ болғанда ең үлкен мән қабылдайды:}$$

$$y_{x=\frac{\pi}{3}} = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 2\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 2 \cdot 1 = 2$$

Жауабы: А

136. $y = \frac{|\sin x|}{\sin x}$ функциясының ең кіші оң периотын табыңдар.

А) 2π

В) 4π

С) $\frac{\pi}{2}$

Д) $\frac{2\pi}{3}$

Е) периодсыз

Шешуі:

$$y = \frac{|\sin x|}{\sin x} = \begin{cases} 1; & 2k\pi < x < \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ -1; & \pi + 2k\pi < x < 2\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

сондықтан ең кіші оң периоты: 2π

Жауабы: А

137. Көрсетілген аралықтардың қайсысында функция $f(x) = \sqrt{x-x^2}$ монотонды өспелі?

А) $[0; 1]$.

В) $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$.

С) $\left[0; \frac{1}{2}\right]$.

Д) $\left[\frac{1}{2}; \infty\right)$.

Е) $(1; \infty)$.

Шешуі:

$$f(x) = \sqrt{x-x^2} \Rightarrow \begin{cases} x-x^2 \geq 0 \\ f'(x) = (\sqrt{x-x^2})' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(1-x) \geq 0 \\ f'(x) = \frac{1-2x}{2\sqrt{x-x^2}} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 1-2x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow x \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$$

Жауабы: С

138. Функциясының анықталу облысын табыңыз: $y = \frac{x-1}{\sin x}$.

- A) $x \neq 2\pi; n \in Z$.
- B) $x \neq 1, x \neq \pi; n \in Z$.
- C) $x \neq \frac{\pi}{2}n + \pi; n \in Z$.
- D) $x \neq \pi; n \in Z$.
- E) $x \neq 2$.

Шешуі:

$$\sin x \neq 0 \Rightarrow x \neq \pi, n \in Z$$

Жауабы: D

139. Функциясының анықталу облысын табыңыз: $y = \frac{x+1}{\cos x}$.

- A) $x \neq \pi + \pi; n \in Z$.
- B) $x \neq -1, x \neq \frac{\pi}{2}n + \pi; n \in Z$.
- C) $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi; n \in Z$.
- D) $x \neq \frac{\pi}{2}n + 2\pi; n \in Z$.
- E) $x \neq \frac{1}{2}$.

Шешуі:

$$\cos x \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + \pi, n \in Z$$

Жауабы: С.

140. $y = (x-3)^2 - (x+3)^2$ функциясының жұп, тақ екенін анықтаңыз.

- A) Тақ функция.
- B) Жұп функция.
- C) Оң функция.
- D) Теріс функция.
- E) Жалпы түрде.

Шешуі:

$$\begin{aligned} y &= (x-3)^2 - (x+3)^2 \xrightarrow{x \rightarrow -x} y(-x) = (-x-3)^2 - (-x+3)^2 \\ &= (x+3)^2 - (x-3)^2 = -((x-3)^2 - (x+3)^2) = -f(x) - \text{так} \end{aligned}$$

Жауабы: А

141. $y = \sqrt{3} \sin(-2x) \cos 2x$ функциясының периодын және тақ-жұптығын анықтаңдар.

- A) Периоды π , тақ функция
- B) Периоды $\frac{\pi}{2}$, тақ функция
- C) Периоды π , жұп функция
- D) Периоды 2π , тақ функция
- E) Периоды $\frac{\pi}{2}$, жұп функция

Шешуі:

$$y = \sqrt{3} \sin(-2x) \cos 2x$$

$$y = -\sqrt{3} \sin 2x \cos 2x$$

$$y = -\frac{\sqrt{3}}{2} \sin 4x \rightarrow T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$y(-x) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \sin 4(-x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 4x = -y(x) \text{ тақ функция}$$

Жауабы: В

142. $y = |\sin x| - |\cos x|$ функциясының периодтылығы мен тақ-жұптығын анықтаңыз.

А) Периоды π , тақ функция

В) Периоды $\frac{\pi}{2}$, тақ функция

С) Периоды π , жұп функция

Д) Периоды 2π , тақ функция

Е) Периоды $\frac{\pi}{2}$, жұп функция

Шешуі:

$$y(-x) = |\sin(-x)| - |\cos(-x)| = |\sin x| - |\cos x| = y(x) \text{ жұп функция}$$

$$\text{Периоды: } T = \pi$$

Жауабы: С

143. $y = (2 \cos 2x + 1)(\cos 2x - 1)$ функциясының мәндер жиынын табыңдар.

А) $y \in \left[-\frac{1}{8}; 2\right]$

В) $y \in \left[-\frac{9}{8}; 2\right]$

С) $y \in \left[-\frac{3}{8}; 2\right]$

Д) $y \in \left[-\frac{5}{8}; 2\right]$

Е) $y \in \left[\frac{3}{8}; 2\right]$

Шешуі:

$$y = (2 \cos 2x + 1)(\cos 2x - 1)$$

$$y = 2 \cos^2 2x - \cos 2x - 1$$

$$y = 2 \left(\cos 2x - \frac{1}{4} \right)^2 - \frac{9}{8}$$

$$y \in \left[-\frac{9}{8}; 2\right]$$

Жауабы: В

144. $y = 3 \sin \left(k\pi x + \frac{\pi}{3} \right) - 1, (k \neq 0)$ функциясының периодын анықтаңдар.

А) $\frac{2}{|k|}$

B) $\frac{2}{k}$

C) $\frac{2}{-k}$

D) $\frac{3}{|k|}$

E) $\frac{3}{k}$

Шешуі:

$$y = 3\sin\left(k\pi x + \frac{\pi}{3}\right) - 1, (k \neq 0)$$

$$T = \frac{2\pi}{|k\pi|} = \frac{2}{|k|}$$

Жауабы: А

145. $y = 2^{\sin x}$ функциясының периотылығы мен тақ-жұптығын анықтаңыз.

A) Периоды π , ЖЖФ

B) Периоды $\frac{\pi}{2}$, тақ функция

C) Периоды π , жұп функция

D) Периоды 2π , ЖЖФ

E) Периоды $\frac{\pi}{2}$, жұп функция

Шешуі:

$$y(-x) = 2^{\sin(-x)} = \frac{1}{2^{\sin x}} \neq \pm y(x) \text{ -жұпта, тақта емес ЖЖФ}$$

Периоды: $T = 2\pi$

Жауабы: D

146. $y = \sin^2 x - 3\cos x$ функциясының ең үлкен және ең кіші мәнін табыңдар.

A) 3; -3

B) 1; 0

C) 1; -1

D) 2; -1

E) 3; -1

Шешуі:

$$y = \sin^2 x - 3\cos x \Rightarrow y = 1 - \cos^2 x - 3\cos x$$

$$y_{\cos x=0} = 1 - 0^2 - 3 \cdot 0 = 1$$

$$y_{\cos x=1} = 1 - 1^2 - 3 \cdot 1 = -3$$

$$y_{\cos x=-1} = 1 - (-1)^2 - 3 \cdot (-1) = 3$$

Жауабы: А

147. $y = \frac{|\sin x|}{1 + \cos x}$ функциясының анықталу обылысын табыңдар.

A) $x \neq \pi + 2k\pi$

B) $x \neq \frac{\pi}{2} + 2k\pi$

C) $x \neq \frac{\pi}{3} + 2k\pi$

D) $x \neq \frac{\pi}{4} + 2k\pi$

E) $x \neq \frac{\pi}{6} + 2k\pi$

Шешуі:

$$y = \frac{|\sin x|}{1 + \cos x}$$

$$1 + \cos x \neq 0 \Rightarrow \cos x \neq -1 \Rightarrow x \neq \pi + 2k\pi$$

Жауабы: А

148. $y = \frac{1}{1 + \operatorname{tg} x}$ функциясының анықталу облысын табыңдар.

A) $x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi; x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$

B) $x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$

C) $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$

D) $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$

E) $x \neq \frac{\pi}{6} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$

Шешуі:

$$y = \frac{1}{1 + \operatorname{tg} x}$$

$$\begin{cases} 1 + \operatorname{tg} x \neq 0 \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \operatorname{tg} x \neq -1 \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \Rightarrow x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi; x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$

Жауабы: А

149. Егер $f(k) = \frac{k}{k-3}$ және $g(t) = \frac{1}{1+t^2}$, онда $f[g(0)]$ функциясы неге тең?

A) 0.

B) $-\frac{1}{3}$.

C) $-\frac{1}{2}$.

D) 2.

E) $\frac{2}{3}$.

Шешуі:

$$f[g(0)] = f\left[\frac{1}{1+0^2}\right] = f(1) = \frac{1}{1-3} = -\frac{1}{2}$$

Жауабы: С.

150. $y = \arcsin(2x - 5)$ функциясының анықталу облысын табыңыз.

- A) $-1 \leq x \leq 1$.
- B) $x \geq 2$.
- C) $2 \leq x \leq 3$.
- D) $x \leq 3$.
- E) $x \geq \frac{\pi}{2}$.

Шешуі:

$$y = \arcsin(2x - 5) \Rightarrow -1 \leq 2x - 5 \leq 1 \Rightarrow 5 - 1 \leq 2x \leq 5 + 1 \Rightarrow 4 \leq 2x \leq 6 \Rightarrow 2 \leq x \leq 3$$

Жауабы: C.

151. $y = \sin^4 x + \cos^4 x$ функциясының периодын табыңыз.

- A) $\frac{\pi}{2}$.
- B) $\frac{\pi}{3}$.
- C) $\frac{\pi}{4}$.
- D) $\frac{\pi}{6}$.
- E) $\frac{\pi}{8}$.

Шешуі:

$$\begin{aligned} y &= \sin^4 x + \cos^4 x = (\sin^2 x)^2 + 2\sin^2 x \cos^2 x + (\cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x \\ &= (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - \frac{1}{2}(2\sin x \cos x)^2 = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x \Rightarrow \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

Жауабы: A

152. $y = 1 + \cos \frac{\pi}{2} x$ функциясының периодын табыңыз.

- A) 2.
- B) 2π .
- C) 4π .
- D) 4.
- E) π .

Шешуі:

$$y = 1 + \cos \frac{\pi}{2} x \Rightarrow \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$$

Жауабы: D

153. $y = \sqrt{-(x-4)(x-5)}$ функциясының анықталу облысын табыңыз.

- A) $\left[\frac{1}{2}; 6\right]$.
- B) (1; 7).
- C) (3; 8).
- D) [4; 5]
- E) (6; 4).

Шешуі:

$$y = \sqrt{-(x-4)(x-5)} \Rightarrow -(x-4)(x-5) \geq 0 \Rightarrow (x-4)(x-5) \leq 0 \Rightarrow 4 \leq x \leq 5$$

Жауабы: D

154. $y = \sqrt{\frac{3x - x - 2x^2}{\log_2(x+1)}}$ функциясының анықталу облысын табыңыз.

- A) (2; 2).
- B) (3; 3).
- C) (-1; 5).
- D) $(-1; 0) \cup (0; 1)$.
- E) (-2; -2).

Шешуі:

$$y = \sqrt{\frac{3x - x - 2x^2}{\log_2(x+1)}} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3x - x - 2x^2}{\log_2(x+1)} \geq 0 \\ \log_2(x+1) \neq 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2x - 2x^2}{\log_2(x+1)} \geq 0 \\ \log_2(x+1) \neq \log_1 1 \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \in (-1; 0) \cup (0; 1) \\ x \neq 0 \\ x > -1 \end{cases} \Rightarrow x \in (-1; 0) \cup (0; 1)$$

Жауабы: D

155. $y = \frac{2x^2 - \lg(x+5)}{\sqrt{8-x^3}}$ функциясының анықталу облысын табыңыз.

- A) (-3; 2).
- B) (-5; 2).
- C) (-3; 5).
- D) (4; 3).
- E) (2; 0).

Шешуі:

$$y = \frac{2x^2 - \lg(x+5)}{\sqrt{8-x^3}} \Rightarrow \begin{cases} x+5 > 0 \\ 8-x^3 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -5 \\ x^3 < 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -5 \\ x < 2 \end{cases} \Rightarrow x \in (-5; 2)$$

Жауабы: B

156. $y = \frac{\lg x}{\arcsin(x-3)}$ функциясының анықталу облысын табыңыз.

- A) (2; 4).
- B) [2; 4].
- C) $[2; 3) \cup (3; 4]$.
- D) $x < 2$.
- E) $x > 4$.
- E) (2; 0).

Шешуі:

$$y = \frac{\lg x}{\arcsin(x-3)} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ -1 \leq x-3 \leq 1 \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 2 \leq x \leq 4 \\ x \neq 3 \end{cases} \Rightarrow 2 \leq x < 3 \cup 3 < x \leq 4$$

Жауабы: C

157. $y = \sin(\sin x)$ функциясының ең үлкен мәні нешеге тең?

- A) 1.
- B) $\cos 1$.

- C) $\sin 9$.
 D) $\sin 10$.
 E) $\sin 1$.
 Шешуі:

$$y = \sin(\sin x) \Rightarrow y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\sin \frac{\pi}{2}\right) = \sin 1$$

Жауабы: E

158. $y = 3 \sin^2 x + 2 \cos^2 x$ функциясының ең кіші мәнін табыңыз.

- A) 4.
 B) 3.
 C) 1.
 D) 2.
 E) -2.

Шешуі:

$$y = 3 \sin^2 x + 2 \cos^2 x = 2 \sin^2 x + 2 \cos^2 x + \sin^2 x = 2 + \sin^2 x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow 2 \\ \sin x = \pm 1 \Rightarrow 3 \end{cases} \Rightarrow y \in [2; 3]$$

Жауабы: D

159. $y = 3 \sin x + 4 \cos x$ функциясының ең кіші мәнін табыңыз.

- A) 4.
 B) -5.
 C) 1.
 D) 2.
 E) -2.

Шешуі:

$$y = 3 \sin x + 4 \cos x \Rightarrow \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \Rightarrow y \in [-5; 5]$$

Жауабы: B

160. ABC тең бүйірлі үшбұрышында AC табаны. AB қабырғасының орта перпендикуляры, AC табанын P нүктесінде қияды.

$\angle ABR = 52^\circ$, C бұрышын табыңыз.

- A) 50°
 B) 30°
 C) $\frac{\pi}{3}$
 D) 45°
 E) 52°

Шешуі:

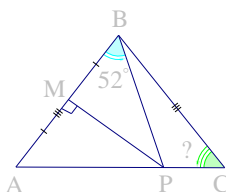
$$\triangle ABM \rightarrow \angle BMP = 90^\circ; \angle MBP = 52^\circ$$

$$\Rightarrow \angle MPB = 180^\circ - 90^\circ - 52^\circ = 38^\circ$$

$$\triangle BPM = \triangle APM \Rightarrow \angle APM = \angle BPM = 38^\circ$$

$$\angle A = 180^\circ - 90^\circ - 38^\circ = 52^\circ$$

$$\triangle ABC \xrightarrow[\text{AC табан}]{\text{тең бүйірлі}} \angle C = \angle A = 52^\circ$$



Жауабы: E

161. Кіші диагонали 8 см, бұрышының біреуі 60° болатын ромб периметрін табыңыз.

A) 42 см.

B) 64 см.

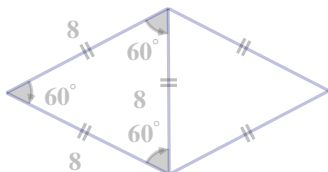
C) 32 см.

D) 54 см.

E) 36 см.

Шешуі:

$$P = 4a = 4 \cdot 8 = 32$$



Жауабы: C

162. Квадрат қабырғасы 25%-ке ұзарған. Квадрат ауданы қанша процентке көбейді?

A) 25%

B) 56,5%

C) 52,65%

D) 50%

E) 56,25%

Шешуі:

$$a = x ; S_a = x^2 \Rightarrow b = 1,25x ; S_b = (1,25x)^2 = 1,5625x^2$$

$$S_b - S_a = 1,5625x^2 - x^2 = 0,5625x^2 \Rightarrow 0,5625 = 56,25\%$$

Жауабы: E

163. Трапецияның табандары a және b . Трапецияның диагоналдарының қиылысу нүктесінен өтетін және табан қабырғаларына параллель кесінді жүргізілген. Кесіндінің ұштары трапецияның бүйір қабырғаларында жатыр. Осы кесіндінің ұзындығын табыңыз.

A) $\frac{a+b}{2}$.

B) $\sqrt{a \cdot b}$.

C) $\frac{2ab}{a+b}$.

D) $\frac{a^2 + b^2}{a+b}$.

E) $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a}$.

Шешуі:

$$\frac{a}{b} = \frac{h_1}{h_2} \Rightarrow h_2 = \frac{bh_1}{a} \Rightarrow S_1 + S_2 = S \Rightarrow \frac{a+k}{2} \cdot h_1 + \frac{k+b}{2} \cdot h_2 = \frac{a+b}{2} \cdot (h_1 + h_2)$$

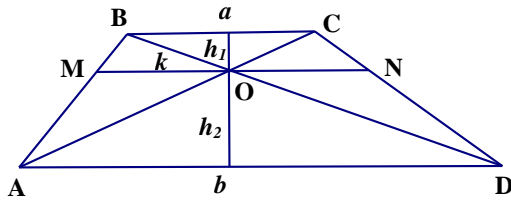
$$\Rightarrow \frac{a+k}{2} \cdot h_1 + \frac{k+b}{2} \cdot \frac{bh_1}{a} = \frac{a+b}{2} \cdot \left(h_1 + \frac{bh_1}{a} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{h_1} \left(\frac{a+k}{2} \cdot h_1 + \frac{k+b}{2} \cdot \frac{bh_1}{a} \right) = \frac{2}{h_1} \left(\frac{a+b}{2} \cdot \left(h_1 + \frac{bh_1}{a} \right) \right)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{h_1} \left(\frac{a+k}{2} \cdot h_1 + \frac{k+b}{2} \cdot \frac{bh_1}{a} \right) = \frac{2}{h_1} \left(\frac{a+b}{2} \cdot \left(h_1 + \frac{bh_1}{a} \right) \right)$$

$$\Rightarrow a+k+\frac{b(k+b)}{a}=(a+b)\left(1+\frac{b}{a}\right)\Rightarrow\frac{a^2+ak+b(k+b)}{a}=(a+b)\left(\frac{a+b}{a}\right)$$

$$\Rightarrow a^2+ak+bk+b^2=(a+b)^2\Rightarrow k(a+b)=2ab\Rightarrow k=\frac{2ab}{a+b}$$



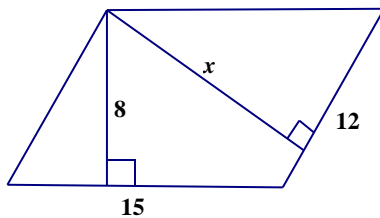
Жауабы: С

164. Параллелограммның қабырғалары 12 см, 15 см. Ұзын қабырғасына жүргізілген биіктігі 8 см. Кіші қабырғасына жүргізілген биіктігін табыңыз.

- A) 15 см.
- B) 12 см.
- C) 14 см.
- D) 10 см.
- E) 8 см.

Шешуі:

$$12x = 8 \cdot 15 \Rightarrow x = 10$$



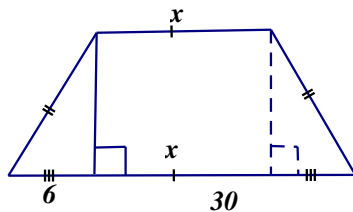
Жауабы: D

165. Трапецияның доғал бұрышы төбесінен түсірілген биіктігі табанын 6 см және 30 см кесіндіге бөледі. Трапеция тең бүйірлі болса табандарын табыңыз.

- A) 24 см және 36 см.
- B) 22 см және 32 см.
- C) 41 см және 20 см.
- D) 12 см және 24 см.
- E) 26 см және 34 см.

Шешуі:

$$x = 30 - 6 = 24; 30 + 6 = 36$$



Жауабы: А

165. Ұқсас екі төртбұрыштың периметрлерінің қатынасы 2 : 3 . Аудандарының қатынасын табыңыз.

- A) 2 : 3 .
- B) $\sqrt{2} : \sqrt{3}$.
- C) $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$.
- D) 4 : 9 .

Е) 6:8.

Шешуі:

$$\frac{P_1}{P_2} = k = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = k^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

Жауабы: D

166. Тікбұрышты трапецияның кіші табаны $\sqrt{2}$ см ге, көлбеу бүйір қабырғасы 4 см ге, ал сүйір бұрышы 45° қа тең. Трапецияның ауданын табыңыз.

- A) 40см^2
- B) 8см^2
- C) $4\sqrt{2}\text{см}^2$
- D) 16см^2
- E) 18см^2

Шешуі:

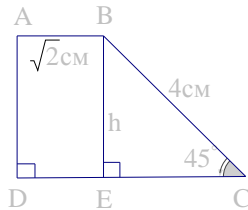
$$AB = \sqrt{2}, BC = 4, \angle BCE = 45^\circ, S_{ABCD} = ?$$

$$BE = h, DC = DE + EC = AB + EC$$

$$\sin 45^\circ = \frac{h}{4} \Rightarrow h = 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{EC}{4} \Rightarrow EC = 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$S_{ABCD} = \left(\frac{AB+DC}{2}\right)h = \left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{2}+2\sqrt{2}}{2}\right) \cdot 2\sqrt{2} = 8\text{см}^2$$



Жауабы: B

167. Үшбұрыштың қабырғалары 0,8 м, 1,6 м және 2 м. Периметрі 5,5 м-ге тең ұқсас үшбұрыштың қабырғаларын табыңыз.

- A) 2,5 м; 2 м; 1 м.
- B) 3,5 м; 1 м; 1 м.
- C) 4,5 м; 0,5 м; 0,5 м.
- D) 1,2 м; 1,2 м; 3,1 м.
- E) 1,6 м; 2,4 м; 1,5 м.

Шешуі:

$$\frac{P_1}{P_2} = k = \frac{0,8+1,6+2}{5,5} = \frac{4,4}{5,5} = \frac{4}{5} \Rightarrow 2,5;2;1$$

Жауабы: A

168. А нүктесінен центрі О болатын шеңберге жанама жүргізілген. ОА кесіндісі 20 см, ал ОС кесіндісі 16 см болса, онда СА кесіндісінің ұзындығының мәні жататын аралықты табыңыз.

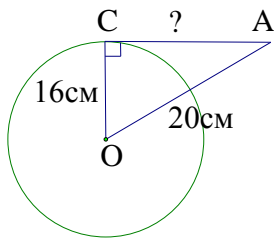
- A) (8; 12)
- B) (0; 20)
- C) (12; 20)
- D) (16; 20)
- E) (24; 30)

Шешуі:

$$\triangle ACO - \angle ACO = 90^\circ$$

$$AC = \sqrt{AO^2 - OC^2} = \sqrt{20^2 - 16^2}$$

$$AC = \sqrt{144} = 12 \text{ см}$$



Жауабы: В

169. Қабырғалары 5 см, 12 см және 13 см болатын үшбұрыш берілсін. Ұзындығы 13 см-ге тең қабырғасына қарсы жатқан бұрышты табыңыз.

А) 90° .

В) 60° .

С) 30° .

Д) 45° .

Е) 25° .

Шешуі:

$$5^2 + 12^2 = 13^2 \Rightarrow 90^\circ$$

Жауабы: А

170. Трапецияның табандары a және b . Трапецияның табандарына параллель және бүйір қабырғаларын қосатын кесінді жүргізілген. Бұл кесінді трапецияны аудандары теңдей екі бөлікке бөледі. Осы кесіндінің ұзындығын табыңыз.

А) \sqrt{ab} .

В) $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + ab + b^2}$.

С) $\frac{ab}{a+b}$.

Д) $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a}$.

Е) $\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$.

Шешуі:

$$\begin{cases} S_1 = \frac{a+m}{2} \cdot h_1 \\ S_2 = \frac{b+m}{2} \cdot h_2 \end{cases} \xrightarrow{S_1=S_2} \frac{a+m}{2} \cdot h_1 = \frac{b+m}{2} \cdot h_2 \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{b+m}{a+m}$$

$$S = S_1 + S_2 \Rightarrow \frac{a+b}{2} \cdot (h_1 + h_2) = \frac{a+m}{2} \cdot h_1 + \frac{b+m}{2} \cdot h_2$$

$$\Rightarrow (a+b) \cdot (h_1 + h_2) = (a+m) \cdot h_1 + (b+m) \cdot h_2$$

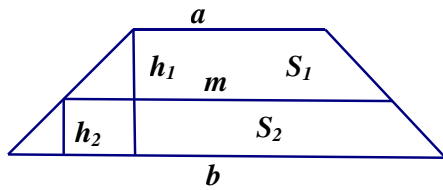
$$\Rightarrow \frac{(a+b) \cdot (h_1 + h_2)}{h_2} = \frac{(a+m) \cdot h_1 + (b+m) \cdot h_2}{h_2}$$

$$\Rightarrow (a+b) \cdot \left(1 + \frac{h_1}{h_2}\right) = (a+m) \cdot \frac{h_1}{h_2} + (b+m)$$

$$\Rightarrow (a+b) \cdot \left(1 + \frac{b+m}{a+m}\right) = (a+m) \cdot \frac{b+m}{a+m} + (b+m)$$

$$\Rightarrow (a+b) \cdot \left(\frac{a+b+2m}{a+m}\right) = 2(b+m)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (a+b) \cdot (a+b+2m) &= 2(b+m)(a+m) \\ \Rightarrow a^2 + 2ab + b^2 + 2am + 2bm &= 2ab + 2bm + 2am + 2m^2 \\ \Rightarrow a^2 + b^2 = 2m^2 \Rightarrow m^2 &= \frac{a^2 + b^2}{2} \Rightarrow m = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} \end{aligned}$$



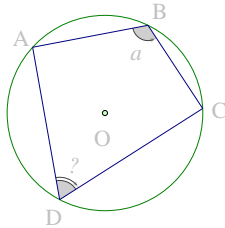
Жауабы:Е

171. Шеңбер бойымен төрт нүкте мына ретпен А,В,С,Д белгіленген. $\angle ABC = a$.
 $\angle ADC = ?$

- A) $56^\circ + a$
- B) $360^\circ - 2a$
- C) $270^\circ - a$
- D) $180^\circ - a$
- E) $180^\circ + a$

Шешуі:

$$\begin{aligned} \overline{ABC} + \overline{ADC} &= 360^\circ \\ \Rightarrow 2\angle ABC + 2\angle ADC &= 360^\circ \\ \Rightarrow \angle ABC + \angle ADC &= 180^\circ \\ \Rightarrow \angle ADC &= 180^\circ - a \end{aligned}$$



Жауабы:Д

172. Үш үшбұрыштың қабырғалары сәйкесінше мынаған: $a_1 = 43$, $b_1 = 37$, $c_1 = 68$; $a_2 = 39$, $b_2 = 68$, $c_2 = 41$; $a_3 = 68$, $b_3 = 38$, $c_3 = 42$ тең. Үшбұрыштардың қайсысының ауданы артық?

- A) 3.
- B) 1 және 2.
- C) 1.
- D) 2.
- E) Барлығы бірдей.

Шешуі:

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$p_1 = \frac{a+b+c}{2} = \frac{43+37+68}{2} = 74 \Rightarrow$$

$$S_1 = \sqrt{74(74-43)(74-37)(74-68)} = \sqrt{74 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 6} = \sqrt{509268}$$

$$p_2 = \frac{a+b+c}{2} = \frac{39+68+41}{2} = 74 \Rightarrow$$

$$S_2 = \sqrt{74(74-39)(74-68)(74-41)} = \sqrt{74 \cdot 35 \cdot 6 \cdot 33} = \sqrt{512820}$$

$$p_3 = \frac{a+b+c}{2} = \frac{68+38+42}{2} = 74 \Rightarrow$$

$$S_3 = \sqrt{74(74-68)(74-38)(74-42)} = \sqrt{74 \cdot 6 \cdot 36 \cdot 32} = \sqrt{511488}$$

Жауабы: D

173. Тік бұрышты үшбұрыштың медианалар қиылысу нүктесінен сүйір бұрыштарының төбесіне дейінгі ара қашықтық a және b . Осы нүктеден тік бұрышқа дейінгі ара қашықтықты табыңыз.

A) \sqrt{ab} .

B) $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{5}}$.

C) $\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}$.

D) $\frac{ab}{a+b}$.

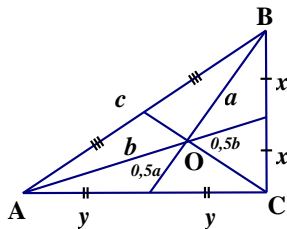
E) $\frac{1}{3}\sqrt{a^2+ab+b^2}$.

Шешуі:

$$\begin{cases} x^2 + (2y)^2 = \left(\frac{3}{2}b\right)^2 \\ (2x)^2 + y^2 = \left(\frac{3}{2}a\right)^2 \\ c^2 = 4x^2 + 4y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x^2 + 5y^2 = \frac{9}{4}(a^2 + b^2) \\ c^2 = 4x^2 + 4y^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{4}{5}(5x^2 + 5y^2) = \frac{4}{5} \cdot \frac{9}{4}(a^2 + b^2) \\ c^2 = 4x^2 + 4y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x^2 + 4y^2 = \frac{9}{5}(a^2 + b^2) \\ c^2 = 4x^2 + 4y^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$c^2 = 4x^2 + 4y^2 = \frac{9}{5}(a^2 + b^2) \Rightarrow c = 3\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{5}} \Rightarrow OC = \frac{1}{3}c = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{5}}$$



Жауабы: B

174. Үшбұрыштың қабырғасы 10 см, ал оған қарсы жатқан бұрыш 150° . Осы үшбұрышқа сырттай сызылған шеңбердің радиусын табыңыз.

A) 5 см.

B) 10 см.

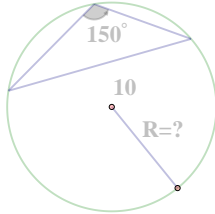
C) $10\sqrt{3}$ см.

D) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ см.

E) $5\sqrt{3}$ см.

Шешуі:

$$\frac{10}{\sin 150^\circ} = 2R \Rightarrow 2R = \frac{10}{\frac{1}{2}} \Rightarrow R = 10$$



Жауабы: В

175. Параллелограмм қабырғалары 2 см және 3 см, арасындағы бұрышы 60° . Осы бұрышқа қарсы жатқан диагональ ұзындығын табыңыз.

A) 4 см.

B) 3,7 см.

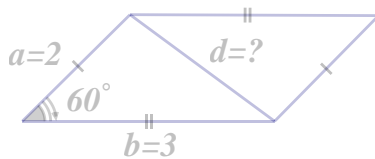
C) $\sqrt{7}$ см.

D) $\sqrt{5}$ см.

E) 2 см.

Шешуі:

$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma = 2^2 + 3^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ = 13 - 12 \cdot \frac{1}{2} = 7 \Rightarrow d = \sqrt{7}$$



Жауабы: С

176. Қабырғалары 10 және 12 болатын ABC үшбұрышы берілген және осы қабырғалар арасындағы бұрышы 120° болсын. С төбесінен шығатын биссектрисаның ұзындығы неге тең?

A) $\frac{60}{13}$.

B) $\frac{30}{11}$.

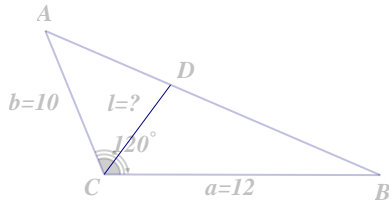
C) $\frac{65}{11}$.

D) $\frac{70}{11}$.

E) $\frac{60}{11}$.

Шешуі:

$$l = \frac{2ab}{a+b} \cos \frac{c}{2} = \frac{2 \cdot 12 \cdot 10}{12+10} \cdot \cos \frac{120^\circ}{2} = \frac{60}{11}$$



Жауабы: E

177. Қабырғасы a және сүйір бұрышы α болатын ромбының ауданының, қабырғасы ромбыға іштей сызылған шеңбердің диаметріне тең болатын квадраттың ауданына қатынасын табыңыз.

A) $1:2\sin\alpha$.

B) $1:\frac{\sin\alpha}{2}$.

C) $\sin\alpha:1$.

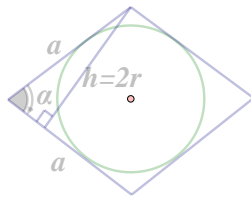
D) $1:\sin\alpha$.

E) $2\sin\alpha:3$.

Шешуі:

$$\sin\alpha = \frac{h}{a} \Rightarrow h = 2r = a \sin\alpha$$

$$\frac{S_p}{S_k} = \frac{a^2 \sin\alpha}{h^2} = \frac{a^2 \sin\alpha}{(a \sin\alpha)^2} = \frac{1}{\sin\alpha}$$



Жауабы: D

178. Тік бұрышты үшбұрыштың катеттерінің ұзындықтары сәйкес 12 және 5-ке тең. Тік бұрыштан шығатын биссектриса гипотенузаны ұзындықтары қандай кесінділерге бөледі?

A) $\frac{65}{17}; \frac{155}{17}$.

B) 11; 2.

C) $\frac{65}{17}; \frac{156}{17}$.

D) $\frac{156}{17}; \frac{64}{17}$.

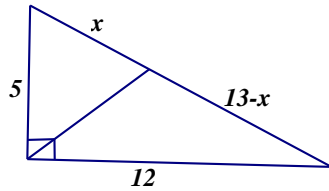
E) 10; 3.

Шешуі:

$$c = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

$$\frac{5}{12} = \frac{x}{13-x} \Rightarrow 12x = 65 - 5x \Rightarrow 17x = 65 \Rightarrow x = \frac{65}{17}$$

$$\Rightarrow 13 - x = 13 - \frac{65}{17} = \frac{156}{17}$$



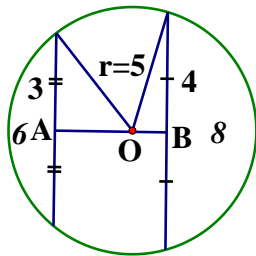
Жауабы: С

179. Радиусы 5 см шеңберге центрінің екі жағынан өз ара параллель ұзындықтары 6 см, 8 см екі хорда жүргізілген. Хордалардың арақашықтығын табыңыз.

- A) 5.
- B) 7.
- C) 4.
- D) 3.
- E) 2.

Шешуі:

$$AB = AO + OB = \sqrt{5^2 - 3^2} + \sqrt{5^2 - 4^2} = 7$$



Жауабы: В

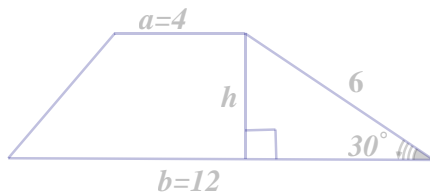
180. Трапеция табандары 4 және 12. Оның 6-ға тең болатын бүйір қабырғасы үлкен табанымен 30° бұрыш жасайды. Трапеция ауданын табыңыз.

- A) 12.
- B) 24.
- C) 16.
- D) 48.
- E) 36.

Шешуі:

$$h = 6 \sin 30^\circ = 6 \cdot \frac{1}{2} = 3$$

$$S = \frac{(a+b)h}{2} = \frac{(4+12) \cdot 3}{2} = 24$$



Жауабы: В

181. Тік бұрышты үшбұрыштың катеттері $\sqrt{3}$ және $\sqrt{2}$ тең. Осы тік бұрышты үшбұрыштың тік бұрышының биссектрисасы гипотенузасын қандай кесінділерге бөледі?

- A) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$; $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$.

B) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{15} + \sqrt{3}}; \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{15} + \sqrt{3}}$.

C) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}; \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$.

D) $\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{6} + \sqrt{5}}; \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{6} + \sqrt{5}}$.

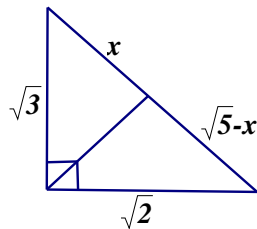
E) $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2} + \sqrt{5}}; \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2} + \sqrt{5}}$.

Шешуі:

$$c = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{5}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5} - x}{x} \Rightarrow \sqrt{15} - \sqrt{3}x = \sqrt{2}x \Rightarrow \sqrt{15} = \sqrt{3}x + \sqrt{2}x \Rightarrow x = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$\sqrt{5} - x = \sqrt{5} - \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{15} + \sqrt{10} - \sqrt{15}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$



Жауабы: А

182. D нүктесінен ABC үшбұрышының жазықтығына, C тік бұрышты төбесіне перпендикуляр түсірілген. Егер $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$ болса, онда D нүктесінен үшбұрыштың гипотенузасына дейінгі ара қашықтықты табыңыз.

A) $\sqrt{b^2 + c^2 - \frac{b^4}{a^2}}$.

B) $\sqrt{b^2 + c^2} - \frac{b^2}{a}$.

C) $\sqrt{a^2 - b^2 + c^2}$.

D) $\sqrt{b^2 - c^2 + \frac{a^4}{b^4}}$.

E) $\sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$.

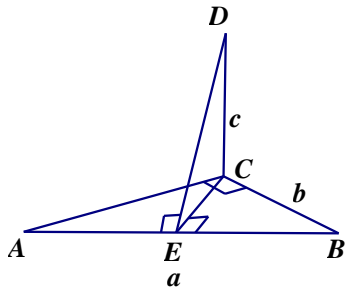
Шешуі:

$$AC = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot \sqrt{a^2 - b^2} = \frac{1}{2} \cdot EC \cdot a \Rightarrow EC = \frac{b\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$

$$\Rightarrow ED^2 = EC^2 + DC^2 = \left(\frac{b\sqrt{a^2 - b^2}}{a}\right)^2 + c^2 = \frac{b^2(a^2 - b^2)}{a^2} + c^2$$

$$= b^2 - \frac{b^4}{a^2} + c^2 = b^2 + c^2 - \frac{b^4}{a^2} \Rightarrow EC = \sqrt{b^2 + c^2 - \frac{b^4}{a^2}}$$



Жауабы: А

183. ABC үшбұрышында: $AC = BC = 10$, $\angle B = 30^\circ$. Үшбұрыш жазықтығына перпендикуляр түзу $BD = 5$ тең болсын. AC түзуімен D нүктесіне дейінгі ара қашықтықты табыңыз.

A) $5\sqrt{5}$.

B) $7\sqrt{3}$.

C) 10.

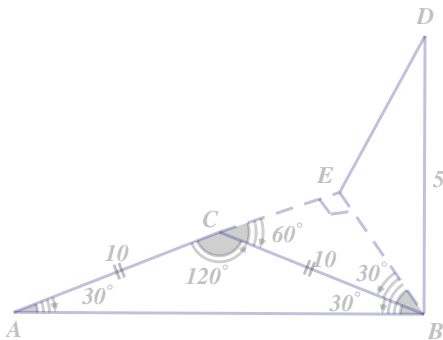
D) $5\sqrt{3}$.

E) $10 - \sqrt{5}$.

Шешуі:

$$EB = 10 \cos 30^\circ = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$$

$$ED = \sqrt{EB^2 + DB^2} = \sqrt{(5\sqrt{3})^2 + 5^2} = 10$$



Жауабы: С

184. Көлемі $\frac{4}{3}\pi \text{ см}^3$ тең шар конусқа іштей сызылған. Конус биіктігі 3см болса, көлемін есептеңдер.

A) $3\pi \text{ см}^3$

B) $4\pi \text{ см}^3$

C) $4\sqrt{3}\pi \text{ см}^3$

D) $3\sqrt{2}\pi \text{ см}^3$

E) $2\sqrt{3}\pi \text{ см}^3$

Шешуі:

$$V_{\text{шар}} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \Rightarrow r = 1 \text{ см}$$

$$r = \frac{2S_{\Delta}}{2l + 2R} \Rightarrow$$

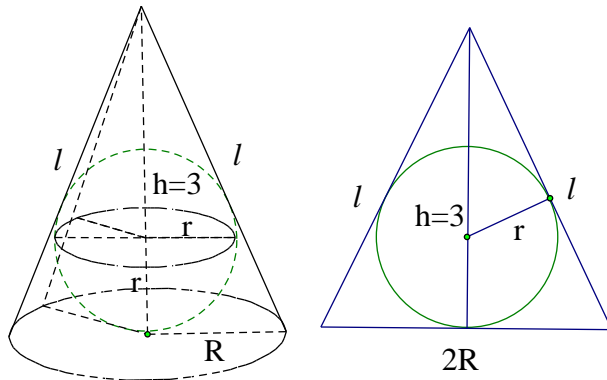
$$1 = \frac{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot h \cdot 2R}{2l + 2R} \Rightarrow \frac{3 \cdot 2R}{2l + 2R} = 1$$

$$\Rightarrow 2l + 2R = 6R \Rightarrow l = 2R$$

$$\begin{cases} l = 2R \\ l^2 = R^2 + h^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} l = 2R \\ l^2 = R^2 + 3^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (2R)^2 = R^2 + 9 \Rightarrow R^2 = 3 \Rightarrow R = \sqrt{3} \text{ см}$$

$$V_{\text{конус}} = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi (\sqrt{3})^2 \cdot 3 = 3\pi \text{ см}^3$$



Жауабы: А

185. Ішкі және сыртқы беттерінің радиусы 3см,6см болатын қуыс шар көлемін есептендер.

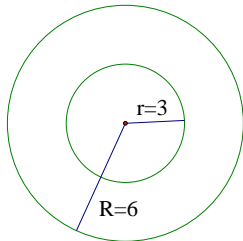
- А) $252\pi \text{ см}^3$
- В) $150\pi \text{ см}^3$
- С) $189\pi \text{ см}^3$
- Д) $163\pi \text{ см}^3$
- Е) $152\pi \text{ см}^3$

Шешуі:

$$R = 3 \text{ см}; R = 6 \text{ см} \quad V_{\text{шар}} = ?$$

$$V_{\text{шар}} = V_R - V_r = \frac{4}{3} \pi \cdot 6^3 - \frac{4}{3} \pi \cdot 3^3$$

$$= \frac{4}{3} \pi (216 - 27) = \frac{4\pi \cdot 189}{3} = 252\pi$$



Жауабы: А

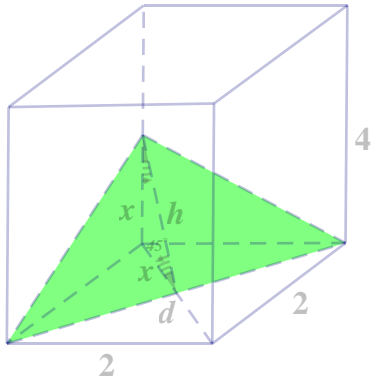
186. Тік бұрышты параллелепипедтің табаны - квадрат. Табанының диагонали арқылы табан жазықтығымен 45° бұрыш жасайтын қима жүргізілген. Егер параллелепипед өлшемдері 2 см, 2 см, 4 см болса, қиманың ауданы неге тең?

- А) 4.
- В) $4 + \sqrt{2}$.
- С) $2 + \sqrt{2}$.
- Д) $4 - \sqrt{2}$.
- Е) $2\sqrt{2}$.

Шешуі:

$$x = \frac{d}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{2} \Rightarrow h = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = 2$$

$$S = \frac{1}{2} dh = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 2 = 2\sqrt{2}$$



Жауабы: Е

187. Призманы табаны - радиусы 6 болатын дөңгелекке іштей сызылған дұрыс үшбұрыш, ал бүйір беттері - квадрат. Призманың көлемі неге тең?

A) 480.

B) 496.

C) 336.

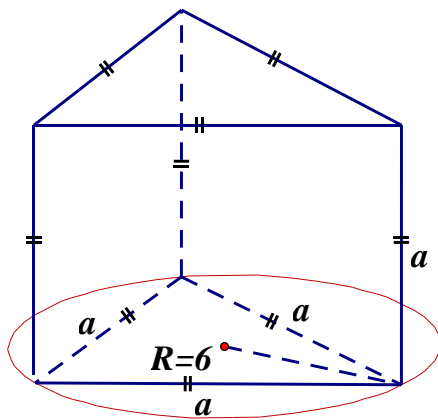
D) 524.

E) 486.

Шешуі:

$$R = \frac{abc}{4S_{\Delta}} = \frac{a^3}{4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} a^2} = \frac{a}{\sqrt{3}} = 6 \Rightarrow a = 6\sqrt{3}$$

$$V = Sh = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 h = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (6\sqrt{3})^2 \cdot 6\sqrt{3} = 486$$



Жауабы: Е

188. Цилиндрдің табанындағы шеңберді қиатын түзу табандарымен 60° жасап, остен 5 см қашықтықта. Егер табанның радиусы 13 см болса, цилиндр биіктігін табыңыз.

A) 24см

B) 34см

C) $24\sqrt{3}$ см

D) 28см

E) 42см

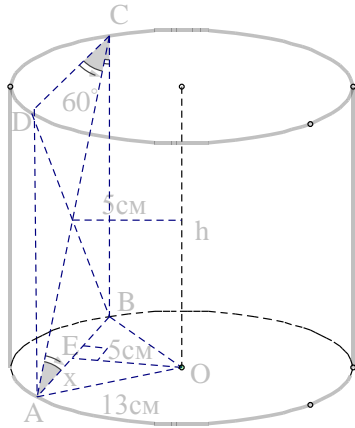
Шешуі:

$$x = AE = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

$$AB = 2x = 2 \cdot 12 = 24 \text{ см}$$

$$\operatorname{tg}60^\circ = \frac{BC}{AB} = \frac{h}{24}$$

$$h = 24 \operatorname{tg} 60^\circ = 24\sqrt{3} \text{ см}$$



Жауабы: С

189. Дұрыс төртбұрышты пирамиданың диагоналдық қимасы табанымен тең шамалы. Егер оның бүйір қыры 5 ке тең болса, пирамиданың табан ауданын табындар.

- A) 12
- B) 13
- C) 10
- D) $10\sqrt{2}$
- E) $12\sqrt{3}$

Шешуі:

$$d^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow d = \sqrt{2}a$$

$$p = \frac{5 + 5 + \sqrt{2}a}{2} = \frac{10 + \sqrt{2}a}{2}$$

$$S_{\text{табан}} = S_{\text{қима}}$$

$$S_{\text{ABCD}} = S_{\Delta EDB}$$

$$a^2 = \sqrt{\frac{10 + \sqrt{2}a}{2} \left(\frac{10 + \sqrt{2}a}{2} - \sqrt{2}a \right) \left(\frac{10 + \sqrt{2}a}{2} - 5 \right)^2}$$

$$a^2 = \sqrt{\frac{10 + \sqrt{2}a}{2} \left(\frac{10 - \sqrt{2}a}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{2}a}{2} \right)^2}$$

$$a^4 = \frac{10^2 - (\sqrt{2}a)^2}{4} \cdot \frac{2a^2}{4}$$

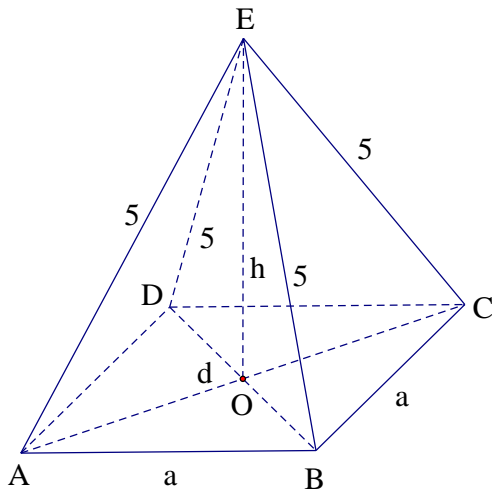
$$\Rightarrow 16a^4 = 2a^2(100 - 2a^2)$$

$$\Rightarrow 16a^4 = 200a^2 - 4a^4$$

$$\Rightarrow 16a^4 + 4a^4 = 200a^2$$

$$\Rightarrow 20a^4 = 200a^2$$

$$\Rightarrow S = a^2 = 10$$



Жауабы:С

190. Призманың табанында жатқан үшбұрыштың бір қабырғасы 2 м, ал қалғандары 3-ге тең. Призманың бүйір қыры 8 м. Осы призма мен көлемдері бірдей кубтың қырын табыңыз.

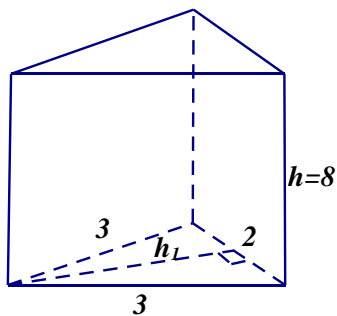
- A) 2.
- B) 3.
- C) 4.
- D) $2\sqrt{2}$.
- E) $4\sqrt{2}$.

Шешуі:

$$h_1 = \sqrt{3^2 - 1^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$V_{II} = S_T h = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot 8 = 16\sqrt{2}$$

$$V_{II} = V_K = 16\sqrt{2} = a^3 \Rightarrow a^3 = 2^4 \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{9}{2}} \Rightarrow a = \left(2^{\frac{9}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{3}{2}} = \sqrt{2^3} = 2\sqrt{2}$$



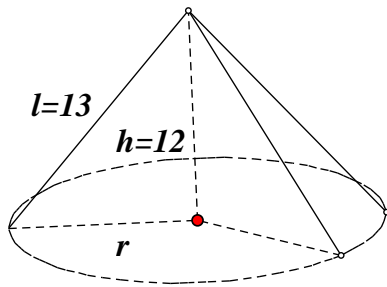
Жауабы: D

191. Конус биіктігі 12, ал жасаушысы 13-ке тең. Конустың бүйір бетінің ауданын есептеңіз.

- A) 12π .
- B) 13π .
- C) 15π .
- D) 24π .
- E) 65π .

Шешуі:

$$S_{Б.Б} = \pi r l = \pi \cdot \sqrt{l^2 - h^2} \cdot l = \pi \cdot \sqrt{13^2 - 12^2} \cdot 13 = 65\pi$$



Жауабы: Е

192. $A(1; 1)$ және $B(-1; -1)$ нүктелерінің ара қашықтығын табыңыз.

- A) $\sqrt{2}$
- B) 4
- C) 1
- D) $2\sqrt{3}$
- E) $2\sqrt{2}$

Шешуі:

$$AB = \sqrt{(-1 - 1)^2 + (-1 - 1)^2} = 2\sqrt{2}$$

Жауабы: Е

193. Егер $A(1;-2)$ және $B(2;4)$ болса, онда \overrightarrow{AB} векторын бірлік векторлар бойынша жіктеңіз.

- A) $i - 6j$
- B) $3i - 2j$
- C) $-i - 6j$
- D) $i + 6j$
- E) $3i + 2j$

Шешуі:

$$\overrightarrow{AB} = (2 - 1; 4 - (-2)) = (1; 6) = i + 6j$$

Жауабы: D

194. Төмендегі берілген түзулердің ішіндегі параллель түзулердің теңдеуін табыңдар.

$$1. y = 3x - 5 \quad 2. y = \frac{x}{2} + 6 \quad 3. y = \frac{6+x}{2} \quad 4. y = \frac{x}{2} \quad 5. y = -3x + 2$$

- A) 1; 2
- B) 1; 5
- C) 1; 2; 3
- D) 3; 4; 5
- E) 2; 3; 4

Шешуі:

$$\left. \begin{array}{l} 1. y = 3x - 5 \Rightarrow k_1 = 3; b_1 = -5 \\ 2. y = \frac{x}{2} + 6 \Rightarrow k_2 = \frac{1}{2}; b_2 = 6 \\ 3. y = \frac{6+x}{2} \Rightarrow k_3 = \frac{1}{2}; b_3 = 3 \\ 4. y = \frac{x}{2} \Rightarrow k_4 = \frac{1}{2}; b_4 = 0 \\ 5. y = -3x + 2 \Rightarrow k_5 = -3; b_5 = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow k_2 = k_3 = k_4 = \frac{1}{2}; 6 \neq 3 \neq 0$$

$$\Rightarrow (2) \parallel (3) \parallel (4).$$

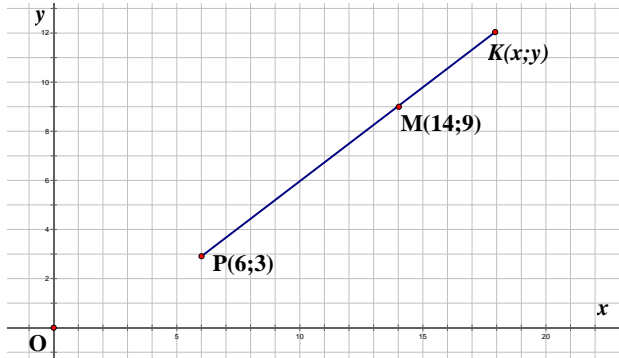
Жауабы: E

195. М нүктесі РК кесіндісінде жатыр, $PM:MK=2:1$. $P(6;3)$ және $M(14;9)$ болса, К нүктесінің координатасын табыңыз.

- A) (2;4)
- B) (2;5)
- C) (18;12)
- D) (18;0)
- E) (18;10)

Шешуі:

$$\left(\frac{6+2x}{1+2}; \frac{3+2y}{1+2} \right) = (14;9) \Rightarrow \begin{cases} \frac{6+2x}{1+2} = 14 \\ \frac{3+2y}{1+2} = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 18 \\ y = 12 \end{cases}$$



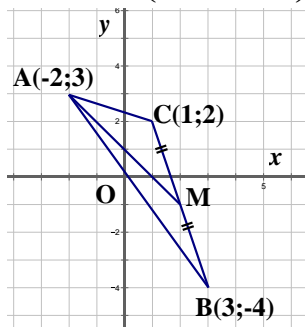
Жауабы: C

196. ABC үшбұрыш төбелері A(-2;3), B(3;-4), C(1;2) болса, A төбесінің медианасының ұзындығын табыңыз.

- A) 4
- B) $4\sqrt{2}$
- C) 2
- D) 5
- E) 3

Шешуі:

$$M(x;y) = \left(\frac{1+3}{2}; \frac{2-4}{2} \right) = (2;-1) \Rightarrow AM = \sqrt{(-2-2)^2 + (3-(-1))^2} = 4\sqrt{2}$$



Жауабы: B

197. Координат басы AM кесіндісін қак бөледі. A(4;4) болса M нүктесінің координатасын табыңыз.

- A) (-4;-4)
- B) (1;0)
- C) (2;5)
- D) (5;2)
- E) (3;3)

Шешуі:

$$\frac{4+x}{2} = 0 \Rightarrow x = -4; \frac{4+y}{2} = 0 \Rightarrow y = -4 \Rightarrow M(-4; -4)$$

Жауабы: А

198. $M(-1; -3)$ нүктесінен және координат басынан бірдей қашықтықта орналасқан ордината осіндегі нүктенің координатасын табыңыз.

А) (1;3)

В) (-1;3)

С) (-1;-3)

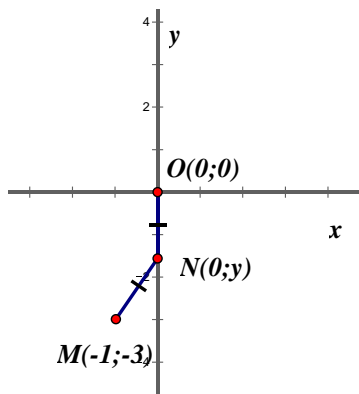
Д) $\left(0; -\frac{5}{3}\right)$

Е) (1;-3)

Шешуі:

$$|ON| = |MN| \Rightarrow \sqrt{(0-0)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{(y+3)^2 + (0-(-1))^2}$$

$$\Rightarrow y^2 = y^2 + 6y + 9 + 1 \Rightarrow 6y = -10 \Rightarrow y = -\frac{5}{3} \Rightarrow N\left(0; -\frac{5}{3}\right)$$



Жауабы: D

199. $A(1;2)$ $B(7;10)$ AB кесіндісін 1:3 қатынасында бөлетін нүктенің координатасын табыңыз.

А) (2;4)

В) (2,5;4)

С) (3;4)

Д) (4;4)

Е) (5;4)

Шешуі:

$$(x; y) = \left(\frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}; \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda} \right) = \left(\frac{7 + 3 \cdot 1}{1 + 3}; \frac{10 + 3 \cdot 2}{1 + 3} \right) = (2,5; 4)$$

Жауабы: В

200. $A(2;0;0)$, $B(0;0;0)$, $C(0;2;0)$, $B_1(0;0;2)$ $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ кубының төбелері болса, $\vec{C_1 D}$ векторының координатасын табыңыз.

А) (2;0;2)

В) (1;0;1)

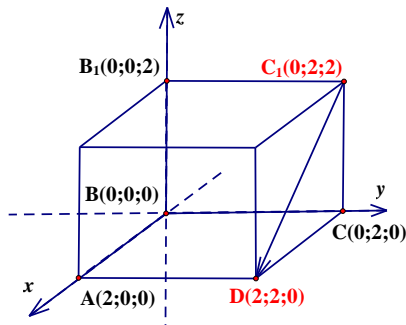
С) (1;0;-1)

Д) (2;0;-2)

Е) (-1;0;1)

Шешуі:

$$\vec{C_1 D} = (2 - 0; 2 - 2; 0 - 2) = (2; 0; -2)$$



Жауабы: D

201. Координат басы арқылы өтетін және центрі $P(2;-4;1)$ болатын сфераның теңдеуін көрсетіңіз.

- A) $x^2+y^2+z^2=0$
- B) $x^2+y^2+z^2-1=0$
- C) $x^2+y^2+z^2-x=0$
- D) $x^2+y^2+z^2+8y=0$
- E) $x^2+y^2+z^2-4x+8y-2z=0$

Шешуі:

$$R^2 = (2-0)^2 + (-4-0)^2 + (1-0)^2 = 21$$

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = R^2 \Rightarrow (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 21$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 + 8y + 16 + z^2 - 2z + 1 = 21$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 8y - 2z = 0$$

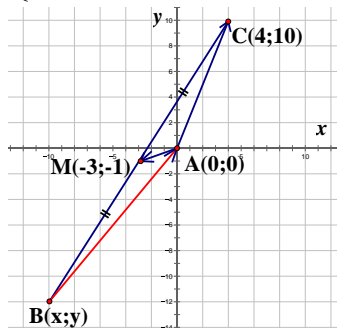
Жауабы: E

202. $\overrightarrow{AC} \{4;10\}$ және $\overrightarrow{AM} \{-3;-1\}$. M нүктесі \overline{BC} векторының ортасы болса, \overline{BA} векторын табыңыз.

- A) $\{2;4\}$
- B) $\{3;7\}$
- C) $\{10;12\}$
- D) $\{0;1\}$
- E) $\{0;2\}$

Шешуі:

$$\begin{cases} \frac{4+x}{2} = -3 \\ \frac{10+y}{2} = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -10 \\ y = -12 \end{cases} \Rightarrow B(-10;-12) \Rightarrow \overrightarrow{BA} = (0 - (-10); 0 - (-12)) = (10;12)$$



Жауабы: C

203. ABC үшбұрышының төбелері $A(-2;3)$, $B(3;-4)$, $C(1;2)$ болса, медианаларының қиылысу нүктесінің координатасын табыңыз.

- A) (2;1)
- B) (2;0)

C) (2;3)

D) (1;2)

E) $\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$

Шешуі:

$$M(x; y) = \left(\frac{-2+3+1}{3}; \frac{3+(-4)+2}{3} \right) = \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3} \right)$$

Жауабы: E

204. $\vec{a} = 3\vec{m} + 2\vec{k}$ және $\vec{b} = \vec{m} + 5\vec{k}$ векторлар арасындағы бұрышты табыңыз, мұндағы \vec{m} және \vec{k} бірлік векторлар.

A) 30^0

B) 45^0

C) 60^0

D) 15^0

E) 90^0

Шешуі:

$$\cos\theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{(3;2) \cdot (1;5)}{\sqrt{9+4} \cdot \sqrt{1+25}} = \frac{3+10}{13\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

Жауабы: B

205. $\vec{a} = \vec{m} + \vec{k}$ және $\vec{b} = \vec{m} - \vec{k}$ векторлар арасындағы бұрышты табыңыз, мұндағы \vec{m} және \vec{k} бірлік векторлар.

A) 30^0

B) 45^0

C) 60^0

D) 15^0

E) 90^0

Шешуі:

$$\cos\theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{(1;1) \cdot (1;-1)}{\sqrt{1+1} \cdot \sqrt{1+1}} = \frac{1-1}{2} = 0 \Rightarrow \theta = 90^\circ$$

Жауабы: E

206. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ векторлары келесі шарттарды қанағаттандырады

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0, \quad |\vec{a}| = 1, \quad |\vec{b}| = 4, \quad |\vec{c}| = 5. \text{ Есептеңіз: } \vec{b}\vec{c} + \vec{a}\vec{b} + \vec{c}\vec{a}.$$

A) 25

B) 24

C) -25

D) -24

E) -21

Шешуі:

$$\begin{aligned} \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0 &\Rightarrow (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2 = 0^2 \Rightarrow \vec{a}^2 + \vec{b}^2 + \vec{c}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 2\vec{b} \cdot \vec{c} + 2\vec{a}\vec{c} = 0 \\ &\Rightarrow 1 + 16 + 25 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 2\vec{b} \cdot \vec{c} + 2\vec{a}\vec{c} = 0 \Rightarrow 2(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{a}\vec{c}) = -42 \\ &\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{a}\vec{c} = -21 \end{aligned}$$

Жауабы: E

207. $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$ болса, $\vec{a} + \vec{b}$ және $\vec{a} - \vec{b}$ векторларының скаляр көбейтіндісін табыңыз.

A) 5

- B) 6
- C) 4
- D) 8
- E) 1

Шешуі:

$$(\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}^2 - \vec{b}^2 = 9 - 4 = 5$$

$$\Rightarrow 1 + 16 + 25 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 2\vec{b} \cdot \vec{c} + 2\vec{a}\vec{c} = 0 \Rightarrow 2(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{a}\vec{c}) = -42$$

$$\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{a}\vec{c} = -21$$

Жауабы: А

208. A(3; - 1; 1), B(1; - 1; 3), C(3; 1; - 1) үшбұрыштың төбелері болса, $\angle ABC$ бұрышын табыңыз.

- A) 45°
- B) 90°
- C) 30°
- D) 60°
- E) 120°

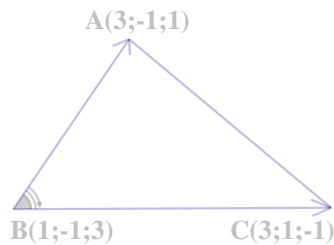
Шешуі:

$$\vec{BA} = (3 - 1; -1 + 1; 1 - 3) = (2; 0; -2)$$

$$\vec{BC} = (3 - 1; 1 + 1; -1 - 3) = (2; 2; -4)$$

$$\cos \angle ABC = \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| \cdot |\vec{BC}|} = \frac{(2; 0; -2) \cdot (2; 2; -4)}{\sqrt{4 + 0 + 4} \cdot \sqrt{4 + 4 + 16}}$$

$$= \frac{4 + 0 + 8}{2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{6}} = \frac{12}{4\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{12}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle ABC = 30^\circ$$



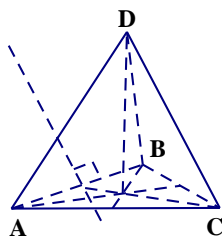
Жауабы: С

209. DABC дұрыс тетрадр. \vec{AB} және \vec{DC} векторларының скаляр көбейтіндісін табыңыз.

- A) 0
- B) 4
- C) 2
- D) 5
- E) 6

Шешуі:

$$\vec{AB} \perp \vec{DC} \Rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{DC} = 0$$



Жауабы: А

210. $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=3$, арасындағы бұрышы 120° болса, $(2\vec{a}+3\vec{b})(\vec{a}-\vec{b})$ скаляр көбейтіндісін табыңыз.

- A) -2
- B) -22
- C) -12
- D) -8
- E) 8

Шешуі:

$$\cos\theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \cos\theta \cdot |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| = \cos 120^\circ \cdot 2 \cdot 3 = 6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -3$$

$$(2\vec{a} + 3\vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = 2\vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 3\vec{a} \cdot \vec{b} - 3\vec{b}^2 = 2\vec{a}^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} - 3\vec{b}^2 = 2 \cdot 4 - 3 - 27 = -22$$

Жауабы: B

211. $\vec{a}(1;2;3)$ векторын $\vec{m}(1;1;0)$, $\vec{n}(1;0;1)$, $\vec{p}(0;1;1)$ векторлары арқылы жіктеңіз.

- A) $\vec{n} + \vec{p}$
- B) $\vec{n} + 3\vec{p}$
- C) $\vec{n} - \vec{p}$
- D) $\vec{n} + 2\vec{p}$
- E) $\vec{n} - 2\vec{p}$

Шешуі:

$$\vec{a}(1;2;3) = x(1;1;0) + y(1;0;1) + z(0;1;1) \Rightarrow \begin{cases} x + y = 1 \\ x + z = 2 \\ y + z = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = -1 \\ y + z = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 2 \end{cases}$$

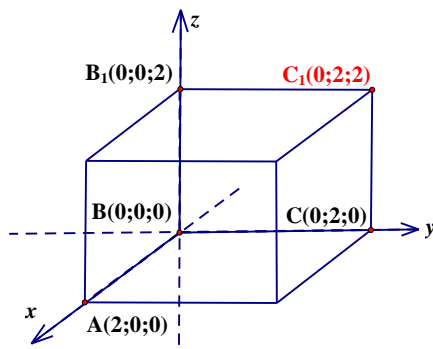
$$\vec{a}(1;2;3) = \vec{n} + 2\vec{p}$$

Жауабы: D

212. $A(2;0;0)$, $B(0;0;0)$, $C(0;2;0)$, $B_1(0;0;2)$ $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ кубының төбелері болса, C_1 нүктесінің координаталарын табыңыз.

- A) $(0;0;1)$
- B) $(0;0;2)$
- C) $(0;2;2)$
- D) $(0;3;3)$
- E) $(0;4;4)$

Шешуі:



Жауабы: C

БІР НЕМЕСЕ БІРНЕСHE ЖАУАБЫ БАР ТЕСТ ТАПСЫРМАЛАРЫ
(5/2,3 6/2,3,4 7/ 2,3,4 8/1-7)

213. $\cos\left(\arcsin\left(-\frac{5}{13}\right) - \arccos\left(-\frac{12}{13}\right)\right)$ өрнегінің мәнін табыңдар.

- A) -1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) -2
- F) $-2 + \operatorname{tg}45^\circ$
- G) $-2 \cos \frac{\pi}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2}$
- H) $(\cos \pi)^{\cos \pi}$

Шешуі:

$$\begin{aligned} \cos\left(\arcsin\left(-\frac{5}{13}\right) - \arccos\left(-\frac{12}{13}\right)\right) &= \cos\left(-\arcsin\frac{5}{13} - \left(\pi - \arccos\frac{12}{13}\right)\right) \\ &= \cos\left(\pi + \left(\arcsin\frac{5}{13} - \arccos\frac{12}{13}\right)\right) = -\cos\left(\arcsin\frac{5}{13} - \arccos\frac{12}{13}\right) \\ &= -\cos\left(\arcsin\frac{5}{13}\right)\cos\left(\arccos\frac{12}{13}\right) - \sin\left(\arcsin\frac{5}{13}\right)\sin\left(\arccos\frac{12}{13}\right) \\ &= -\sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2} \cdot \frac{12}{13} - \frac{5}{13} \sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2} = -\frac{12}{13} \cdot \frac{12}{13} - \frac{5}{13} \cdot \frac{5}{13} = -1 \end{aligned}$$

Жауабы: А, G, H

214. $\left(\left(\frac{7}{9} - \frac{47}{12}\right) : 1,25\right) + \left(\frac{6}{7} - \frac{17}{28}\right) : (0,358 - 0,108) \cdot 1,6 - \frac{19}{25}$ өрнегінің мәні жататын

аралық

- A) (-10;0)
- B) (-10;-1)
- C) (-10;20)
- D) [-10;20]
- E) (0;30)

Шешуі:

$$\left(\left(\frac{7}{9} - \frac{47}{12}\right) : 1,25\right) + \left(\frac{6}{7} - \frac{17}{28}\right) : (0,358 - 0,108) \cdot 1,6 - \frac{19}{25} = 1 \in (-10;20), [-10;20], (0;30)$$

Жауабы: C,D,E

215. $\arcsin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ өрнегінің мәнін анықтаңыз.

- A) мәңсіз
- B) -1
- C) $-\frac{1}{2}$
- D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Е) $\frac{1}{2}$

Ғ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Шешуі:

$$x = -\frac{\pi}{3} \notin [-1; 1]; \quad x = -\frac{\pi}{3} < -1$$

$$\arcsin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \text{ мәнсіз}$$

Жауабы: А

216. $tg\left(\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$ өрнегінің мәні үшін дұрыс тұжырым(-дар)ды анықтаңыз.

А) -1

В) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

С) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Д) $\frac{1}{2}$

Е) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ғ) $\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) - \sin \pi$

Г) $\cos \pi \sin \frac{\pi}{2} - \sin \pi + \cos \frac{\pi}{2}$

Н) 1

Шешуі:

$$tg\left(\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right) = tg\left(\pi - \arccos\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$= tg\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -tg \frac{\pi}{4} = -1$$

Жауабы: А, Ғ, Г

217. $\frac{(7 - 6,35) : 6,5 + 9,9}{\left(1,2 : 36 + 1,2 : 0,25 - 1\frac{5}{16}\right) : \frac{169}{24}}$ өрнегінің мәні жататын аралық

А) $(0; 20)$

В) $(0; 25)$

С) $(-10; 20)$

Д) $[-10; 20]$

Е) $(0; 30)$

Шешуі:

$$\frac{(7-6,35):6,5+9,9}{\left(1,2:36+1,2:0,25-1\frac{5}{16}\right):\frac{169}{24}} = 20 \in (0;25), [-10;20], (0;30)$$

Жауабы: В,D,E

218. $\frac{\left(0,5:1,25+\frac{7}{5}:1\frac{4}{7}-\frac{3}{11}\right)\cdot 3}{\left(1,5+\frac{1}{4}\right):18\frac{1}{3}}$ өрнегінің мәні жататын аралық

- A) (10;50)
- B) (-10;-1)
- C) (-10;20)
- D) [-10;50]
- E) (0;51)

Шешуі:

$$\frac{\left(0,5:1,25+\frac{7}{5}:1\frac{4}{7}-\frac{3}{11}\right)\cdot 3}{\left(1,5+\frac{1}{4}\right):18\frac{1}{3}} = 32 \in (10;50), [-10;50], (0;51)$$

Жауабы: А,D,E

219. $tg\left(\arccos\left(\sin\left(\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)\right)\right)$ өрнегінің мәні үшін дұрыс тұжырым

(-дар)ды анықтаңыз.

- A) -1
- B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
- D) $\frac{1}{2}$
- E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- F) $\sin\frac{\pi}{2}ctg\frac{\pi}{3}-\sin\pi$
- G) $\cos\pi\sin\frac{\pi}{2}-\sin\pi+\cos\frac{\pi}{2}$
- H) $-\cos\pi\sin\frac{\pi}{2}-\sin\pi+\cos\frac{\pi}{2}$

Шешуі:

$$\begin{aligned} & tg\left(\arccos\left(\sin\left(\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)\right)\right) \\ & = tg\left(\arccos\left(\sin\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)\right)\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \operatorname{tg}\left(\arccos\left(\sin\frac{2\pi}{3}\right)\right) \\
 &= \operatorname{tg}\left(\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\
 &= \operatorname{tg}\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}
 \end{aligned}$$

Жауабы: В, F

220. $\cos\left(\arcsin\left(-\frac{5}{13}\right) - \arccos\left(-\frac{12}{13}\right)\right)$ өрнегінің мәнін табыңыз.

- A) 0
- B) -1
- C) ± 1
- D) $-\frac{17}{13}$
- E) $\frac{17}{13}$
- F) $\pm \frac{17}{13}$
- G) 2
- H) 4

Шешуі:

$$\begin{aligned}
 &\cos\left(\arcsin\left(-\frac{5}{13}\right) - \arccos\left(-\frac{12}{13}\right)\right) \\
 &= \cos\left(-\arcsin\frac{5}{13} - \pi + \arccos\frac{12}{13}\right) \\
 &= \cos\left(-\arcsin\frac{5}{13} - \pi + \arccos\frac{12}{13}\right) \\
 &= \cos\left(-\arcsin\frac{5}{13} - \pi + \arcsin\frac{5}{13}\right) \\
 &= \cos(-\pi) = -1
 \end{aligned}$$

Жауабы: В

221. $\frac{\left(3^{-1} - \sqrt{1\frac{7}{9}}\right)^{-2}}{\frac{37}{100} : 0,0925} + 12,5 \cdot 0,64$ өрнегінің мәні жататын аралық

- A) (11;50)
- B) (-10;-1)
- C) (-10;10)
- D) [-10;50]
- E) (0;51)

Шешуі:

$$\frac{\left(3^{-1} - \sqrt{1\frac{7}{9}}\right)^{-2} : 0,25}{\frac{37}{100} : 0,0925} + 12,5 \cdot 0,64 = 11 \in [-10; 50], (0; 51)$$

Жауабы: D,E

222. $\left(\sqrt{\left(\sqrt{2} - \frac{3}{2}\right)^2} - \sqrt[3]{(1-\sqrt{2})^3}\right)^2$ өрнегінің мәнінен үлкен сан

- A) - 2
- B) - 5
- C) 0
- D) 1
- E) 4

Шешуі:

$$\left(\sqrt{\left(\sqrt{2} - \frac{3}{2}\right)^2} - \sqrt[3]{(1-\sqrt{2})^3}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} < 1; \frac{1}{4} < 4$$

Жауабы: D,E

223. $\frac{2^{-2} + 5^0}{0,5^{-2} - 5 \cdot (-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} + 4,75$ өрнегінің мәнінен кіші сан

- A) 10
- B) 9
- C) 0
- D) 1
- E) 4

Шешуі:

$$\frac{2^{-2} + 5^0}{0,5^{-2} - 5 \cdot (-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} + 4,75 = 5 \Rightarrow 5 > 0; 5 > 1; 5 > 4$$

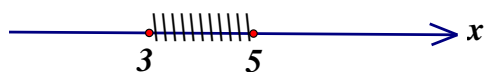
Жауабы: C,D,E

224. Теңдеуді шешіңіз: $|5 - x| + |x - 3| = 2$.

- A) $[3; +\infty)$.
- B) $[3; 5]$.
- C) $(-\infty; 5]$.
- D) $[5; +\infty)$.
- E) $(3; 5)$.
- F) $[2; 4]$
- G) $[0; 5]$
- H) $[5; 10]$

Шешуі:

$$|5 - x| + |x - 3| = 2 \Rightarrow \begin{cases} 5 - x = 0 \\ x - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow x \in [3; 5]$$



Жауабы: B

225. Теңдеуді шешіңіз: $\sqrt[3]{1+x} + \sqrt[3]{1-x} = a$.

A) $x = \pm \sqrt{1 - \frac{a^3}{2}}$.

B) $x = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{a^3 - 2}{3a}\right)^3}$.

C) $x = \sqrt[3]{1 + \frac{a^3}{4}}$.

D) $x = \sqrt[3]{1 + a + a^2}$.

E) $x = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{a^3}{a-2}\right)^3}$.

F) $x = 1 \pm \sqrt[3]{a}$.

G) $x = 1 - \sqrt[3]{a}$.

H) $x = 1 + \sqrt[3]{a}$.

Шешуі:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{1+x} + \sqrt[3]{1-x} = a &\Rightarrow (\sqrt[3]{1+x} + \sqrt[3]{1-x})^3 = a^3 \\ &\Rightarrow (\sqrt[3]{1+x})^3 + 3 \cdot (\sqrt[3]{1+x})^2 \cdot \sqrt[3]{1-x} + 3 \cdot (\sqrt[3]{1-x})^2 \cdot \sqrt[3]{1+x} + (\sqrt[3]{1-x})^3 = a^3 \\ &\Rightarrow 1+x + 3\sqrt[3]{1+x} \cdot \sqrt[3]{1-x} (\sqrt[3]{1+x} + \sqrt[3]{1-x}) + 1-x = a^3 \\ &\Rightarrow 3 \cdot \sqrt[3]{1-x^2} \cdot a + 2 = a^3 \Rightarrow \sqrt[3]{1-x^2} = \frac{a^3 - 2}{3a} \Rightarrow 1-x^2 = \left(\frac{a^3 - 2}{3a}\right)^3 \\ &\Rightarrow x^2 = 1 - \left(\frac{a^3 - 2}{3a}\right)^3 \Rightarrow x = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{a^3 - 2}{3a}\right)^3} \end{aligned}$$

Жауабы: В

226. Теңдеулер жүйесін шешіңіз әрі $x^2 + y^2$; $x^2 - y^2$ өрнектерінің мәнін табыңдар :

$$\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 3 \\ x^2 + 2xy - 2y^2 = 6 \end{cases}$$

A) (-7; 3).

B) (-6; 5).

C) (-4; 2).

D) (-10; 3).

E) (2; 1), (-2; -1).

F) 12.

G) 5.

H) 3.

Шешуі:

$$\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 3 \\ x^2 + 2xy - 2y^2 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}; \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 = 5; x^2 - y^2 = 3$$

Жауабы: E,G,H

227. $x^3 + x^2 + ax + b = 0$ теңдеуінің түбірлерінің біреуі $(1 + \sqrt{2})$ тең, мұндағы a, b – бүтін сан. a, b сандарын табыңыз?

- A) 2.
- B) -8.
- C) -4.
- D) -5.
- E) -3.
- F) -7.
- G) 0.
- H) 6.

Шешуі:

$$\begin{aligned}
 x^3 + x^2 + ax + b = 0 &\xrightarrow{x=1+\sqrt{2}} (1+\sqrt{2})^3 + (1+\sqrt{2})^2 + a(1+\sqrt{2}) + b = 0 \\
 \Rightarrow (1+\sqrt{2})^2(1+\sqrt{2}+1) + a + a\sqrt{2} + b = 0 &\Rightarrow (3+2\sqrt{2})(2+\sqrt{2}) = -(a+b) - a\sqrt{2} \\
 \Rightarrow 6+3\sqrt{2}+4\sqrt{2}+4 = -(a+b) - a\sqrt{2} & \\
 \Rightarrow 10+7\sqrt{2} = -(a+b) - a\sqrt{2} &\xrightarrow{a \in \mathbb{Z}} \begin{cases} a+b = -10 \\ -a\sqrt{2} = 7\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -7 \\ b = -3 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Жауабы: E,F

228. Теңдеудің шешімдері үшін дұрыс тұжырымдарды анықтаңыз:

$$\frac{1}{3(x-4)} + \frac{1}{2(x^2+3)} + \frac{1}{x^3-4x^2+3x-12} = 0.$$

- A) $x_1 = 4; x_2 = -3$.
- B) $x_1 = 0; x_2 = -1,5$.
- C) $x_1 = 4; x_2 = -1,5$.
- D) $x_1 = 0; x_2 = -3$.
- E) $x_1 = -3; x_2 = -1,5$.
- F) $x_1 + x_2 = 1$.
- G) $x_1 + x_2 = -1,5$.
- H) $x_1 + x_2 = 2,5$.

Шешуі:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{3(x-4)} + \frac{1}{2(x^2+3)} + \frac{1}{x^3-4x^2+3x-12} &= 0 \\
 \Rightarrow \frac{1}{3(x-4)} + \frac{1}{2(x^2+3)} + \frac{1}{x^2(x-4)+3(x-4)} &= 0 \\
 \Rightarrow \frac{1}{3(x-4)} + \frac{1}{2(x^2+3)} + \frac{1}{(x^2+3)(x-4)} &= 0 \\
 \Rightarrow \frac{1^{1/2(x^2+3)}}{3(x-4)} + \frac{1^{1/3(x-4)}}{2(x^2+3)} + \frac{1^{1/6}}{(x^2+3)(x-4)} &= 0 \\
 \Rightarrow 2x^2 + 6 + 3x - 12 + 6 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 3x = 0 \Rightarrow 2x(2x+3) = 0 &\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1,5 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Жауабы: B,G

229. Теңсіздіктер жүйесін шешімі бола алатын сандар: $\begin{cases} x > 0 \\ 4x^2 + 5x - 6 > 0 \end{cases}$.

- A) 0
- B) -1
- C) 2
- D) 3

- E) 4
 F) -6
 G) -7
 H) 8

Шешуі:

$$\begin{cases} x > 0 \\ 4x^2 + 5x - 6 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ (4x-3)(x+2) > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < -2 \cup x > \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow x > 0 \cap \left(x < -2 \cup x > \frac{3}{4} \right) = \left(\frac{3}{4}; +\infty \right)$$

$$\Rightarrow 2; 3; 4; 8 \in \left(\frac{3}{4}; +\infty \right).$$

Жауабы: C,D,E,H

230. Теңдеуді шешіндер: $2ctg\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{2} = 0$

- A) $x = -\frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} \operatorname{arcctg} \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\pi k}{2}; k \in Z$
 B) $x = \pm \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} \operatorname{arcctg} \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\pi k}{2}; k \in Z$
 C) $x = \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} \operatorname{arcctg} \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\pi k}{2}; k \in Z$
 D) $x = \frac{\pi}{3} + \frac{1}{2} \operatorname{arcctg} \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\pi k}{2}; k \in Z$
 E) $x = -\frac{\pi}{3} + \frac{1}{2} \operatorname{arcctg} \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\pi k}{2}; k \in Z$
 F) $x = \pm \frac{\pi}{3} + \frac{1}{2} \operatorname{arcctg} \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\pi k}{2}; k \in Z$
 G) $x = \frac{\pi}{3} - \frac{1}{4} \operatorname{arcctg} \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\pi k}{2}; k \in Z$
 H) $x = \frac{\pi}{3} + \frac{1}{4} \operatorname{arcctg} \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\pi k}{2}; k \in Z$

Шешуі:

$$2ctg\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{2} = 0$$

$$ctg\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2x + \frac{\pi}{3} = \operatorname{arcctg}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \pi k$$

$$2x + \frac{\pi}{3} = \pi - \operatorname{arcctg} \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi k$$

$$2x = \frac{2\pi}{3} - \operatorname{arcctg} \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} \operatorname{arccctg} \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\pi k}{2}; k \in Z$$

Жауабы:С

231. Теңдеудің шешімі бола алатын жауап(-тар)ды анықтаңыз:

$$\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right)} + \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)} = 2\sqrt{2}$$

A) $x = \pm \frac{\pi}{4} + 2k\pi; 2k\pi; k \in Z$

B) $x = \pm \frac{\pi}{6} + 2k\pi; 2k\pi; k \in Z$

C) $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; 2k\pi; k \in Z$

D) $x = \pm \frac{\pi}{2} + 2k\pi; 2k\pi; k \in Z$

E) $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi; k\pi; k \in Z$

F) $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; k \in Z$

G) $x = 2k\pi; k \in Z$

H) $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi; k\pi; k \in Z$

Шешуі:

$$\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right)} + \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)} = 2\sqrt{2}$$

$$\frac{\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right)\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)} = 2\sqrt{2}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = 2\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right)\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$

$$\cos\frac{\pi}{4}\cos x + \sin\frac{\pi}{4}\sin x + \cos\frac{\pi}{4}\cos x - \sin\frac{\pi}{4}\sin x$$

$$= 2\sqrt{2} \left(\cos\frac{\pi}{4}\cos x - \sin\frac{\pi}{4}\sin x \right) \left(\cos\frac{\pi}{4}\cos x + \sin\frac{\pi}{4}\sin x \right)$$

$$2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x = 2\sqrt{2} \left(\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos x \right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin x \right)^2 \right)$$

$$\frac{1}{2} \cos x = \frac{1}{2} (\cos^2 x - \sin^2 x)$$

$$\cos x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$$

$$(2\cos x + 1)(\cos x - 1) = 0$$

$$\cos x = -\frac{1}{2}; \cos x = 1$$

$$\cos x = -\frac{1}{2} \rightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; k \in Z$$

$$\cos x = 1 \rightarrow x = 2k\pi; k \in Z$$

Жауабы: C, F, G

232. Теңдеуді шешіңдер: $2\sin 3x \operatorname{tg} 2x - \operatorname{tg} 2x - 2\sin 3x + 1 = 0$

A) $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}; x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}; k \in Z$

B) $x = (-1)^k \frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{3}; x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}; k \in Z$

C) $x = (-1)^k \frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{3}; x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; k \in Z$

D) $x = (-1)^k \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{3}; x = \frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2}; k \in Z$

E) $x = (-1)^k \frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}; x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; k \in Z$

F) $x = (-1)^k \cdot 10^\circ + 60^\circ k; x = 22,5^\circ + 90^\circ k; k \in Z$

G) $x = (-1)^k \cdot 60^\circ + 60^\circ k; x = 22,5^\circ + 90^\circ k; k \in Z$

H) $x = (-1)^k \cdot 60^\circ + 60^\circ k; x = 22,5^\circ + 180^\circ k; k \in Z$

Шеші:

$$2\sin 3x \operatorname{tg} 2x - \operatorname{tg} 2x - 2\sin 3x + 1 = 0$$

$$\operatorname{tg} 2x(2\sin 3x - 1) - (2\sin 3x - 1) = 0$$

$$(2\sin 3x - 1)(\operatorname{tg} 2x - 1) = 0$$

$$\sin 3x = \frac{1}{2}; \operatorname{tg} 2x = 1$$

$$\sin 3x = \frac{1}{2} \rightarrow 3x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi$$

$$\rightarrow x = (-1)^k \frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{3}; k \in Z$$

$$\operatorname{tg} 2x = 1 \rightarrow 2x = \frac{\pi}{4} + k\pi$$

$$\rightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}; k \in Z$$

Жауабы: B, F

233. Теңдеуді шешіңдер: $\sin^2 x + \sin^2 2x - \sin^2 3x = 0$

A) $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}; k \in Z$

B) $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}; \frac{k\pi}{2}; k \in Z$

C) $x = (-1)^k \frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{3}; k \in Z$

D) $x = (-1)^k \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{3}; k \in Z$

- Е) $x = (-1)^k \frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}; k \in Z$
 F) $x = (-1)^k \cdot (-30^\circ) + 60^\circ k; k \in Z$
 G) $x = (-1)^k \cdot (-15^\circ) + 90^\circ k; k \in Z$
 H) $x = (-1)^k \cdot 60^\circ + 60^\circ k; k \in Z$

Шешуі:

$$\begin{aligned} \sin^2 x + \sin^2 2x - \sin^2 3x &= 0 \\ \frac{1 - \cos 2x}{2} + \frac{1 - \cos 4x}{2} - \frac{1 - \cos 6x}{2} &= 0 \\ \cos 2x + \cos 4x - \cos 6x &= 1 \\ 2\cos 3x \cos x - 2\cos^2 3x + 1 &= 1 \\ \cos 3x(2\cos x - 2\cos 3x) &= 0 \\ \cos 3x(\cos x - \cos 3x) &= 0 \\ \cos 3x \sin 2x \sin x &= 0 \\ \cos 3x = 0 \rightarrow x &= \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ \sin 2x = 0 \rightarrow x &= \frac{k\pi}{2} \\ \sin x = 0 \rightarrow x &= k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}; \frac{k\pi}{2}; k \in Z \end{aligned}$$

Жауабы: В

234. Теңдеудің шешімі бола алатын жауап(-тар)ды анықтаңыз:

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 1 + \cos x + \cos 2x$$

- A) $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi; \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi; (-1)^k \frac{\pi}{6} + 2k\pi; k \in Z$
 B) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; \pm \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; (-1)^k \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in Z$
 C) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; \pm \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; (-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in Z$
 D) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; \pm \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; (-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in Z$
 E) $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi; \pm \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; (-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in Z$
 F) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in Z$
 G) $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; k \in Z$
 H) $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in Z$

Шешуі:

$$\begin{aligned} \sin x + \sin 2x + \sin 3x &= 1 + \cos x + \cos 2x \\ 2\sin 2x \cos x + \sin 2x &= 2\cos^2 x + \cos x \quad \sin 2x(2\cos x + 1) = \cos x(2\cos x + 1) \\ (2\cos x + 1)(\sin 2x - \cos x) &= 0 \\ (2\cos x + 1)(2\sin x \cos x - \cos x) &= 0 \end{aligned}$$

$$\cos x(2\cos x + 1)(2\sin x - 1) = 0$$

$$\cos x = 0; \cos x = -\frac{1}{2}; \sin x = \frac{1}{2}$$

$$\cos x = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\cos x = -\frac{1}{2} \rightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \rightarrow x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi$$

Жауабы: D, F, G, H

235. Теңдеуді шешіңдер: $\frac{\cos 3x}{\cos 2x} - \frac{\sin 3x}{\sin 2x} = 0$

A) $x = \frac{k\pi}{8}; k \in Z$

B) $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in Z$

C) $x = k\pi; k \in N$

D) $x = \frac{k\pi}{3}; k \in N$

E) $x = 2k\pi; k \in N$

F) $x = (-1)^k k\pi; k \in N$

G) $x = 22,5^\circ + 180^\circ k; k \in Z$

H) шешімі жоқ

Шешуі:

$$\frac{\cos 3x}{\cos 2x} - \frac{\sin 3x}{\sin 2x} = 0$$

$$\frac{\cos 3x}{\cos 2x} = \frac{\sin 3x}{\sin 2x}$$

$$\sin 3x \cos 2x - \cos 3x \sin 2x = 0$$

$$\sin(3x - x) = 0 \rightarrow \sin 2x = 0$$

$$2x = 2k\pi \rightarrow x = k\pi; k \in Z$$

$x = k\pi; k \in Z$ болғанда бастапқы теңдеу мәнсіз болады, сондықтан теңдеудің шешімі жоқ.

Жауабы: H

236. Теңдеуді шешіңдер: $\frac{1 - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x} - \cos 2x = 0$

A) $x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi; 2k\pi; k \in Z$

B) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; k\pi; k \in Z$

C) $x = \pm \frac{\pi}{2} + k\pi; 2k\pi; k \in Z$

D) $x = \pm \frac{\pi}{2} + k\pi; k\pi; k \in Z$

E) $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi; k\pi; k \in Z$

F) $x = \pm \frac{\pi}{4} + 2k\pi; k \in Z$

G) $x = 45^\circ + 180^\circ k; 180^\circ k; k \in Z$

H) $x = 270^\circ + 360^\circ k; k \in Z$

Шешуі:

$$\frac{1 - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x} - \cos 2x = 0$$

$$\frac{1 - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x} = \cos 2x$$

$$\frac{1 - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x} = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$$

$$(1 - \operatorname{tg} x)(1 + \operatorname{tg}^2 x) = (1 - \operatorname{tg} x)(1 + \operatorname{tg} x)^2$$

$$(1 - \operatorname{tg} x)\operatorname{tg} x = 0$$

$$\operatorname{tg} x = 0 \rightarrow x = k\pi$$

$$\operatorname{tg} x = 1 \rightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$$

Жауабы: В, G

237. Теңдеуді шешіңдер: $\cos x + \sin x + \sin x \cos x - 1 = 0$

A) $x = \pm \frac{\pi}{2} + k\pi; 2k\pi; k \in Z$

B) $x = \pm \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; k \in Z$

C) $x = \frac{\pi}{3} \pm \frac{\pi}{4} + 2k\pi; k \in Z$

D) $x = \frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi; k \in Z$

E) $x = \frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in Z$

F) $x = \frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{4} + 2k\pi; k \in Z$

G) $x = 45^\circ + 180^\circ k; 180^\circ k; k \in Z$

H) $x = 30^\circ \pm 45^\circ + 360^\circ k; k \in Z$

Шешуі:

$$\cos x + \sin x + \sin x \cos x = 1$$

$$2(\cos x + \sin x) + 2\sin x \cos x + 1 - 1 = 2$$

$$2(\cos x + \sin x) + (\cos x + \sin x)^2 - 1 = 2$$

$$(\cos x + \sin x)^2 + 2(\cos x + \sin x) - 3 = 0$$

$$(\cos x + \sin x + 3)(\cos x + \sin x - 1) = 0$$

$$\cos x + \sin x + 3 \neq 0$$

$$\cos x + \sin x - 1 = 0$$

$$\cos x + \sin x = 1$$

$$\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin x\right) = 1$$

$$\cos\frac{\pi}{4}\cos x + \sin\frac{\pi}{4}\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x - \frac{\pi}{4} = \pm\frac{\pi}{4} + 2k\pi$$

$$x = \frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{4} + 2k\pi; k \in Z$$

Жауабы: F

238. Теңдеуді шешіңдер: $1 - 3\sin 2x - \sqrt{1 - 3\sin^2 2x} = 0$

A) $x = \frac{k\pi}{2}; k \in Z$

B) $x = \pm\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; k \in Z$

C) $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi; k \in Z$

D) $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi; k \in Z$

E) $x = \pm\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in Z$

F) $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi; k \in Z$

G) $x = \pm 45^\circ + 360^\circ k; k \in Z$

H) $x = 90^\circ k; k \in Z$

Шешуі:

$$1 - 3\sin 2x = \sqrt{1 - 3\sin^2 2x}$$

$$(1 - 3\sin 2x)^2 = (\sqrt{1 - 3\sin^2 2x})^2$$

$$1 - 6\sin 2x + 9\sin^2 2x = 1 - 3\sin^2 2x$$

$$12\sin^2 2x - 6\sin 2x = 0$$

$$6\sin 2x(2\sin 2x - 1) = 0$$

$$\sin 2x = 0 \rightarrow 2x = k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{2}; k \in Z$$

$$\sin 2x = \frac{1}{2} \text{ (бөгде шешім, бастапқы теңдікті қанағаттандырмайды)}$$

Жауабы: A, H

239. Теңдеуді шешіңдер: $\lg(1 - \sin x) - 4\lg \cos x + \lg(1 + \sin x) = 0$

A) $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi; -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi; k \in Z$

B) $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in Z$

C) $x = 2k\pi; \pm \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; k \in Z$

D) $x = \pm \frac{\pi}{2} + 2k\pi; 2k\pi; k \in Z$

E) $x = \pm\pi + 2k\pi; \pm \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; k \in Z$

F) $x = 60^\circ + 360^\circ k; -120^\circ + 360^\circ k; k \in Z$

G) $x = 2k\pi; k \in Z$

H) $x = \pm 30^\circ + 360^\circ k; \pm 120^\circ + 360^\circ k; k \in Z$

Шешуі:

$$\lg(1 - \sin x) - 4 \lg \cos x + \lg(1 + \sin x) = 0$$

$$\lg \frac{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}{\cos^4 x} = \lg 1$$

$$\frac{1 - \sin^2 x}{\cos^4 x} = 1 \rightarrow \cos^4 x - \cos^2 x = 0$$

$$\cos^2 x (\cos^2 x - 1) = 0$$

$$\cos^2 x \neq 0 \rightarrow \cos^2 x - 1 = 0$$

$$\cos x = \pm 1$$

$$\cos x = -1 \text{ (қанағаттандырмайды)}$$

$$\cos x = 1 \rightarrow x = 2k\pi; k \in Z$$

Жауабы: G

240. Теңдеуді шешіңдер: $\lg(\sin x) - \lg(\sin 2x) = 0$

A) $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi; k \in Z$

B) $x = 2k\pi; k \in Z$

C) $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; k \in Z$

D) $x = \pm \frac{\pi}{2} + 2k\pi; k \in Z$

E) $x = \pm\pi + 2k\pi; k \in Z$

F) $x = 60^\circ + 360^\circ k; k \in Z$

G) $x = \pm 120^\circ + 360^\circ k; k \in Z$

H) $x = 360^\circ k; k \in Z$

Шешуі:

$$\lg(\sin x) - \lg(\sin 2x) = 0$$

$$\lg(\sin x) = \lg(\sin 2x)$$

$$\sin x = \sin 2x$$

$$\sin x = 2 \sin x \cos x$$

$$\sin x (2 \cos x - 1) = 0$$

$$\sin x > 0 \rightarrow 2 \cos x - 1 = 0$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \rightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi; k \in Z$$

$$x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi; k \in Z \text{ болғанда, } \sin x < 0 \text{ болады, сондықтан бастапқы теңдеу}$$

шешімі:

$$x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi; k \in Z$$

Жауабы: А, F

241. $\cos 5x - \cos 4x = 0$ теңдеуінің $[0; 4\pi]$ аралығындағы шешімдерінің қосындысын табыңдар.

- A) 30π
- B) 31π
- C) 32π
- D) 33π
- E) 34π
- F) 35π
- G) 6120°
- H) 6300°

Шешуі:

$$\cos 5x - \cos 4x = 0$$

$$\sin 4x \sin x = 0$$

$$\sin 4x = 0 \rightarrow 4x = k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{4}$$

$\sin 4x = 0$ теңдеуін шешу жеткілікті

$$x = \frac{k\pi}{4} \quad k=0,1,2,3,4,5,6,\dots,16 \rightarrow$$

$$\begin{aligned} & \frac{0 \cdot \pi}{4} + \frac{\pi}{4} + \frac{2\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \frac{4\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} + \frac{6\pi}{4} + \frac{7\pi}{4} + \frac{8\pi}{4} \\ & + \frac{9\pi}{4} + \frac{10\pi}{4} + \frac{11\pi}{4} + \frac{12\pi}{4} + \frac{13\pi}{4} + \frac{14\pi}{4} + \frac{15\pi}{4} + \frac{16\pi}{4} = 34\pi \end{aligned}$$

Жауабы: E, G

242. Теңдеуді шешіндер: $(\cos x - \sin x) \left(2\operatorname{tg} x + \frac{1}{\cos x} \right) + 2 = 0$

- A) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in Z$
- B) $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; k \in Z$
- C) $x = \pm \frac{3\pi}{2} + k\pi; k \in Z$
- D) $x = \frac{k\pi}{3}; k \in N$
- E) $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi; k \in Z$
- F) $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi; k \in Z$
- G) $x = \pm 60^\circ + 360^\circ k; k \in Z$
- H) $x = 270^\circ + 360^\circ k; k \in Z$

Шешуі:

$$(\cos x - \sin x) \left(2\operatorname{tg} x + \frac{1}{\cos x} \right) + 2 = 0$$

($\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$ - әмбебап алмастыруы қолданылады)

$$\left(\frac{1-t^2}{1+t^2} - \frac{2t}{1+t^2} \right) \left(\frac{2 \cdot 2t}{1-t^2} + \frac{1}{\frac{1-t^2}{1+t^2}} \right) + 2 = 0$$

$$\frac{3t^4 + 6t^3 + 8t^2 - 2t - 3}{(1+t^2)(1-t^2)} = 0 \rightarrow t_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}, t_2 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \operatorname{tg} \frac{x}{2} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\rightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Жауабы: E, G

243. Теңдеуді шешіндер: $\sqrt{2}(\cos x + \sin x) - \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = 0$

A) $x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

B) $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

C) $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$

D) $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} + k\pi; -\frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

E) $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

F) $x = 45^\circ + 360^\circ k, k \in \mathbb{Z}$

G) $x = (-1)^k 30^\circ + 45^\circ + 180^\circ k; k \in \mathbb{Z}$

H) $x = \frac{k\pi}{3}; k \in \mathbb{N}$

Шешуі:

$$\sqrt{2}(\cos x + \sin x) = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$$

$$\sqrt{2}(\cos x + \sin x) = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\sqrt{2}(\cos x + \sin x) = \frac{1}{\sin x \cos x}$$

$$\sin x + \cos x = t$$

$$t^2 = (\sin x + \cos x)^2 = 1 + 2\sin x \cos x$$

$$\sin x \cos x = \frac{t^2 - 1}{2}$$

$$\sqrt{2}t = \frac{2}{t^2 - 1}$$

$$\sqrt{2}t^3 - \sqrt{2}t - 2 = 0$$

$$(t - \sqrt{2})(\sqrt{2}t^2 + 2t + \sqrt{2}) = 0$$

$$t = \sqrt{2}, \sqrt{2}t^2 + 2t + \sqrt{2} = 0, D < 0, t \in \emptyset$$

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2}$$

$$\sin x \cos \frac{\pi}{4} + \cos x \sin \frac{\pi}{4} = 1$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$$

$$x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in Z$$

Жауабы: E, F

244. Теңдеуді шешіндер: $x^2 - 2x + 2 - \sin \frac{\pi x}{2} = 0$

- A) 0
- B) 1
- C) 3
- D) 4
- E) 5
- F) 6
- G) -1
- H) -2

Шешуі:

$$x^2 - 2x + 2 - \sin \frac{\pi x}{2} = 0$$

$$(x-1)^2 + 1 - \sin 2 \cdot \frac{\pi x}{4} = 0$$

$$(x-1)^2 + \sin^2 \frac{\pi x}{4} + \cos^2 \frac{\pi x}{4} - 2 \sin \frac{\pi x}{4} \cos \frac{\pi x}{4} = 0$$

$$(x-1)^2 + \left(\sin \frac{\pi x}{4} - \cos \frac{\pi x}{4}\right)^2 = 0$$

$$\begin{cases} x-1=0 \\ \sin \frac{\pi x}{4} - \cos \frac{\pi x}{4} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=1 \\ x=1 \end{cases} \rightarrow x=1$$

Жауабы: B

245. Теңдеулер жүйесін шешіндер:

$$\begin{cases} \sin x + \sin y = 1 \\ \cos x + \cos y = 1 \end{cases}$$

A) $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + m\pi \\ y = n\pi \end{cases}; \begin{cases} x = m\pi \\ y = -\frac{\pi}{6} + n\pi \end{cases}$

B) $\begin{cases} x = 2m\pi \\ y = \frac{\pi}{2} + 2m\pi \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2m\pi \\ y = 2m\pi \end{cases}; m, n \in Z$

$$C) \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + m\pi \\ y = \frac{\pi}{3} + n\pi \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + m\pi \\ y = \frac{\pi}{2} + n\pi \end{cases};$$

$$D) \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + m\pi \\ y = \frac{\pi}{3} + n\pi \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + m\pi \\ y = -\frac{\pi}{6} + n\pi \end{cases};$$

$$E) \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + m\pi \\ y = -\frac{\pi}{2} + n\pi \end{cases}; \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + m\pi \\ y = -\frac{\pi}{6} + n\pi \end{cases}$$

$$F) \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + m\pi \\ y = \frac{\pi}{3} + n\pi \end{cases}; \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + m\pi \\ y = -\frac{\pi}{6} + n\pi \end{cases}$$

$$G) \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + m\pi \\ y = \frac{\pi}{3} + n\pi \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + m\pi \\ y = \frac{\pi}{6} + n\pi \end{cases}$$

$$H) \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + m\pi \\ y = -\frac{\pi}{3} + n\pi \end{cases}; \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + m\pi \\ y = -\frac{\pi}{6} + n\pi \end{cases} \quad (n, m \in Z)$$

Шешуі:

$$\begin{cases} \sin x + \sin y = 1 & (1) \\ \cos x + \cos y = 1 & (2) \end{cases} \xrightarrow{(1)^2 + (2)^2} \begin{cases} (\sin x + \sin y)^2 = 1^2 \\ (\cos x + \cos y)^2 = 1^2 \end{cases} \longrightarrow \cos(x - y) = 0$$

$$\longrightarrow x - y = \pm \frac{\pi}{2} + 2k\pi \quad (3) \xrightarrow{(1)-(2)} (\sin x + \sin y) - (\cos x + \cos y) = 0$$

$$2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} - 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} = 0$$

$$2 \cos \frac{x-y}{2} \left(\sin \frac{x+y}{2} - \cos \frac{x+y}{2} \right) = 0$$

$$\xrightarrow{(3); \cos \frac{x-y}{2} \neq 0} \sin \frac{x+y}{2} - \cos \frac{x+y}{2} = 0 \longrightarrow$$

$$\sin \frac{x+y}{2} = \cos \frac{x+y}{2} \longrightarrow \operatorname{tg} \frac{x+y}{2} = 1 \longrightarrow$$

$$\frac{x+y}{2} = \frac{\pi}{4} + m\pi \longrightarrow x+y = \frac{\pi}{2} + 2m\pi \quad (4)$$

$$\xrightarrow{(3),(4)} \begin{cases} x - y = \pm \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x + y = \frac{\pi}{2} + 2m\pi \end{cases} \longrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 2mp \\ y = \frac{p}{2} + 2\pi n \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{p}{2} + 2mp \\ y = 2\pi n \end{cases}; m, n \in Z$$

→

Жауабы: В

246. Теңдеулер жүйесін шешіңдер:
$$\begin{cases} \sin x + \sin y = 1 \\ \cos x + \cos y = \sqrt{3} \end{cases}$$

A)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 4k\pi \\ y = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}; k \in Z$$

B)
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + 4k\pi \\ y = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}; k \in Z$$

C)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 4k\pi \\ y = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}; k \in Z$$

D)
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + 4k\pi \\ y = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}; k \in Z$$

E)
$$\begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{6} + 4k\pi \\ y = \pm \frac{\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}; k \in Z$$

F)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + 2n\pi \\ y = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \end{cases}; n, k \in Z$$

G)
$$\begin{cases} x = 30^\circ + 720^\circ k \\ y = 30^\circ + 360^\circ k \end{cases}; k \in Z$$

H)
$$\begin{cases} x = 60^\circ + 360^\circ n \\ y = 60^\circ + 360^\circ k \end{cases}; n, k \in Z$$

Шешуі:

$$\begin{cases} \sin x + \sin y = 1 \\ \cos x + \cos y = \sqrt{3} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} (\sin x + \sin y)^2 = 1 \\ (\cos x + \cos y)^2 = (\sqrt{3})^2 \end{cases} \longrightarrow$$

$$\begin{cases} \sin^2 x + 2\sin x \sin y + \sin^2 y = 1 \\ \cos^2 x + 2\cos x \cos y + \cos^2 y = (\sqrt{3})^2 \end{cases}$$

Теңдіктерді өзара қосу

$$1 + 2\sin x \sin y + 2\cos x \cos y + 1 = 4$$

$$\sin x \sin y + \cos x \cos y = 1 \longrightarrow \cos(x - y) = 1 \longrightarrow x - y = 2k\pi$$

$x = y + 2k\pi$ бастапқы жүйеге енгізсек, шығатыны

$$\begin{cases} \sin(y + 2k\pi) + \sin y = 1 \\ \cos(y + 2k\pi) + \cos y = \sqrt{3} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \sin y = \frac{1}{2} \\ \cos y = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \longrightarrow y = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

$$\longrightarrow x - y = 2k\pi \longrightarrow x = \frac{\pi}{6} + 4k\pi$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 4k\pi \\ y = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}; k \in Z$$

Жауабы: А, G

247. Теңдеулер жүйесін шешіндер (x, y - тер оң сүйір бұрыштар)

$$\begin{cases} \sin(x - y) = \frac{1}{2} \\ \cos(x + y) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

A) $\begin{cases} x = 45^\circ \\ y = 15^\circ \end{cases}$

B) $\begin{cases} x = 35^\circ \\ y = 25^\circ \end{cases}$

C) $\begin{cases} x = 25^\circ \\ y = 35^\circ \end{cases}$

D) $\begin{cases} x = 55^\circ \\ y = 55^\circ \end{cases}$

E) $\begin{cases} x = 15^\circ \\ y = 55^\circ \end{cases}$

F) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} \\ y = \frac{\pi}{12} \end{cases}$

G) $\begin{cases} x = 2700' + \cos \frac{7\pi}{2} \\ y = 900' - \cos \frac{17\pi}{2} \end{cases}$

H) $\begin{cases} x = \left(\frac{\pi}{4}\right)^\circ \\ y = \left(\frac{\pi}{12}\right)^\circ \end{cases}$

Шешуі:

$$\begin{cases} \sin(x-y) = \frac{1}{2} \\ \cos(x+y) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-y = 30^\circ \\ x+y = 60^\circ \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 90^\circ \\ 2y = 30^\circ \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 45^\circ \\ y = 15^\circ \end{cases}$$

Жауабы: А, F, G

248. Теңдеулер жүйесін шешіндер (x, y -тер оң сүйір бұрыштар)

$$\begin{cases} \operatorname{tg}(x+y) = \sqrt{3} \\ \operatorname{tg}(x-y) = 1 \end{cases}$$

A) $\begin{cases} x = 52,5^\circ \\ y = 7,5^\circ \end{cases}$

B) $\begin{cases} x = 52,5^\circ \\ y = 17,5^\circ \end{cases}$

C) $\begin{cases} x = 22,5^\circ \\ y = 7,5^\circ \end{cases}$

D) $\begin{cases} x = 22,5^\circ \\ y = 17,5^\circ \end{cases}$

E) $\begin{cases} x = 32,5^\circ \\ y = 27,5^\circ \end{cases}$

F) $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{24} \\ y = \frac{\pi}{24} \end{cases}$

G) $\begin{cases} x = \left(52\frac{1}{2}\right)^\circ + \cos\frac{7\pi}{2} \\ y = \left(7\frac{1}{2}\right)^\circ - \cos\frac{17\pi}{2} \end{cases}$

H) $\begin{cases} x = 7,5^\circ \\ y = 52,5^\circ \end{cases}$

Шешуі:

$$\begin{cases} \operatorname{tg}(x+y) = \sqrt{3} \\ \operatorname{tg}(x-y) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 60^\circ \\ x - y = 45^\circ \\ 2x = 105^\circ \\ 2y = 15^\circ \\ x = 52,5^\circ \\ y = 7,5^\circ \end{cases}$$

Жауабы: А, F, G

249. Теңдеулер жүйесін шешіңдер:

$$\begin{cases} \sin x \cdot \sin y = \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \cos x \cdot \cos y = \frac{\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

- А) $\left(\frac{\pi}{3} + \left(\frac{2k+m}{2}\right)\pi, \frac{\pi}{6} + \left(\frac{m-2k}{2}\right)\pi\right); k, m \in Z$ $\left(\frac{\pi}{6} + \left(\frac{2k+m}{2}\right)\pi, \frac{\pi}{3} + \left(\frac{m-2k}{2}\right)\pi\right); k, m \in Z$
 В) $\left(\frac{\pi}{3} - \left(\frac{2k+m}{2}\right)\pi, \frac{\pi}{6} - \left(\frac{m-2k}{2}\right)\pi\right); k, m \in Z$ $\left(\frac{\pi}{4} - \left(\frac{2k+m}{2}\right)\pi, \frac{\pi}{3} - \left(\frac{m-2k}{2}\right)\pi\right); k, m \in Z$
 С) $\left(\frac{\pi}{4} + \left(\frac{2k+m}{2}\right)\pi, \frac{\pi}{6} + \left(\frac{m-2k}{2}\right)\pi\right); k, m \in Z$ $\left(\frac{\pi}{6} + \left(\frac{2k+m}{2}\right)\pi, \frac{\pi}{4} + \left(\frac{m-2k}{2}\right)\pi\right); k, m \in Z$
 D) $\left(\frac{\pi}{3} + \left(\frac{2k+m}{2}\right)\pi, \frac{\pi}{4} + \left(\frac{m-2k}{2}\right)\pi\right); k, m \in Z$ $\left(\frac{\pi}{4} + \left(\frac{2k+m}{2}\right)\pi, \frac{\pi}{3} + \left(\frac{m-2k}{2}\right)\pi\right); k, m \in Z$
 E) $\left(\frac{\pi}{4} + \left(\frac{2k+m}{2}\right)\pi, \frac{\pi}{2} + \left(\frac{m-2k}{2}\right)\pi\right); k, m \in Z$ $\left(\frac{\pi}{2} + \left(\frac{2k+m}{2}\right)\pi, \frac{\pi}{4} + \left(\frac{m-2k}{2}\right)\pi\right); k, m \in Z$

Шешуі:

$$\begin{cases} \sin x \cdot \sin y = \frac{\sqrt{3}}{4} & (1) \\ \cos x \cdot \cos y = \frac{\sqrt{3}}{4} & (2) \end{cases} \xrightarrow{\begin{cases} (1)+(2) \\ (2)-(1) \end{cases}} \begin{cases} \sin x \cdot \sin y + \cos x \cdot \cos y = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos(x-y) = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos(x+y) = 0 \end{cases} \begin{cases} x-y = \pm \frac{\pi}{6} + 2kp, k \in Z & (3) \\ x+y = \frac{\pi}{2} + 2m\pi, m \in Z & (4) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\begin{cases} (3)+(4) \\ (4)-(3) \end{cases}}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + \left(\frac{2k+m}{2}\right)\pi, k \in Z \\ y = \frac{\pi}{6} + \left(\frac{m-2k}{2}\right)\pi; k, m \in Z \end{cases} \text{ немесе } \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \left(\frac{2k+m}{2}\right)\pi, k \in Z \\ y = \frac{\pi}{3} + \left(\frac{m-2k}{2}\right)\pi; k, m \in Z \end{cases}$$

Жауабы: А

250. Теңдеу шешімдерінің көбейтіндісінің мәні жататын аралықтарды анықтаңдар: $(x^2 - 5x + 6)\sqrt{3x - 7} = 0$

- А) (0;2)
 B) (2;5)
 C) (0;12)
 D) (-1;2)

- Е) (-2;1)
- Ғ) (2;56)
- Г) (2;52)
- Н) (2;100)

Шешуі:

$$(x^2 - 5x + 6)\sqrt{3x - 7} = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3x - 7 \geq 0 \\ x^2 - 5x + 6 = 0 \\ 3x - 7 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{7}{3} \\ (x-2)(x-3) = 0 \\ x = \frac{7}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{7}{3} \\ x = 2; 3 \\ x = \frac{7}{3} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{7}{3}; 3. \Rightarrow \frac{7}{3} \cdot 3 = 7$$

Жауабы: С,Ғ,Г,Н

251. $\begin{cases} 3^{-x} \cdot 2^y = \frac{4}{9} \\ x + y = 4 \end{cases}$ теңдеулер жүйесін шешімі $(x; y)$ болса, $\log_6(x-1) + \log_4(y-1)$

өрнегінің мәні жататын аралықтарды анықтаңдар.

- А) (0;2)
- В) (2;5)
- С) (0;12)
- Д) (-1;2)
- Е) (-2;1)
- Ғ) (2;56)
- Г) (2;2)
- Н) (2;100)

Шешуі:

$$\begin{cases} 3^{-x} \cdot 2^y = \frac{4}{9} \\ x + y = 4. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4 - x \\ 3^{-x} \cdot 2^{4-x} = \frac{4}{9} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4 - x \\ 6^{-x} \cdot 2^4 = \frac{4}{9} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4 - x \\ 6^{-x} = \frac{4}{9 \cdot 16} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 4 - x \\ 6^{-x} = 6^{-2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4 - x \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \log_6(x-1) + \log_4(y-1) = \log_6(2-1) + \log_4(2-1) = \log_6 1 + \log_4 1 = 0$$

Жауабы: Д,Е

252. $\begin{cases} 4^{y^2} - 16^{x-1,5} = 0, \\ 0,25^{x+0,5} = 0,5^{x+y+2} \end{cases}$ теңдеулер жүйесін шешімі $(x; y)$ болса, $x - 2y$

өрнегінің мәні жататын аралықтарды анықтаңдар.

- А) (0;2)
- В) (2;5)
- С) (0;12)

- D) (-1;2)
- E) (-2;1)
- F) (2;56)
- G) (2;52)
- H) (2;100)

Шешуі:

$$\begin{cases} 4y^2 - 16^{x-1,5} = 0, \\ 0,25^{x+0,5} = 0,5^{x+y+2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4y^2 = 4^{2(x-1,5)} \\ 0,5^{2(x+0,5)} = 0,5^{x+y+2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 = 2x - 3 \\ 2x + 1 = x + y + 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y^2 = 2x - 3 \\ y = x - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x-1)^2 = 2x - 3 \\ y = x - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 4 = 0 \\ y = x - 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x-2)^2 = 0 \\ y = x - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow x - 2y = 2 - 2 \cdot 1 = 0$$

Жауабы: D,E.

253. $\begin{cases} 10^{1+\lg(x+y)} = 100 \\ \lg(x-y) + \lg(x+y) = 2 - \lg 5 \end{cases}$ теңдеулер жүйесін шешімі $(x; y)$ болса,

$\log_6 x + \log_4 y - 2$ өрнегінің мәні жататын аралықтарды анықтаңдар.

- A) (0;2)
- B) (2;5)
- C) (0;12)
- D) (-1;2)
- E) (-2;1)
- F) (2;56)
- G) (2;2)
- H) (2;100)

Шешуі:

$$\begin{cases} 10^{1+\lg(x+y)} = 100 \\ \lg(x-y) + \lg(x+y) = 2 - \lg 5 \end{cases} \Rightarrow A.O: \begin{cases} x+y > 0 \\ x-y > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 10 \cdot 10^{\lg(x+y)} = 100 \\ \lg(x-y)(x+y) = \lg 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = 10 \\ (x-y)(x+y) = 20 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y = 10 \\ x-y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow \log_6 x + \log_4 y - 2 = \log_6 6 + \log_4 4 - 2 = 1 + 1 - 2 = 0$$

Жауабы: D,E

254. Теңдеулер жүйесін шешіңіз: $\begin{cases} \lg(x^2 - y^2) - \lg(x+y) = 0, \\ 2^{2+\log_2(x^2+y^2)} = 20. \end{cases}$

- A) (2;4)
- B) (2;-5)
- C) (2;5)

- D) (-2;-1)
- E) (-2;1)
- F) (2;-1)
- G) (2;2)
- H) (2;1)

Шешуі:

$$y = \log_a x; (a > 0, a \neq 1); x > 0.$$

$$\begin{cases} \lg \frac{x^2 - y^2}{x + y} = \lg 1 \\ 4 \cdot 2^{\log_2(x^2 + y^2)} = 20. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 1 \\ 4 \cdot (x^2 + y^2) = 20. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 1 \\ (y + 1)^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y + 1 \\ 2y^2 + 2y - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 1 \\ y^2 + y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 1 \\ (y + 2)(y - 1) = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y + 1 \\ y_1 = -2; y_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1; x_2 = 2 \\ y_1 = -2; y_2 = 1 \end{cases}$$

(-1;-2)-бастапқы теңдеуді қанағаттандырмайды, (2;1)- бастапқы теңдеуді қанағаттандырады.

Жауабы:Н

255. Үш оң сандардың қосындысы 8, екінші қосылғыш бірінші қосылғыштан 2 есе артық. Алғашқы екі қосылғыштың кубтарының қосындысына 9 еселенген үшінші санды қосқанда шыққан өрнектің ең кіші мәнін табыңыз.

- A) -54
- B) -65
- C) -98
- D) -155
- E) 54
- F) 65
- G) 98
- H) 155

Шешуі:

$$\begin{cases} a + b + c = 8 \\ a = x \\ b = 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2x + c = 8 \\ a = x \\ b = 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 8 - 3x \\ a = x \\ b = 2x \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 + (2x)^3 + 9(8 - 3x) \Rightarrow f(x) = 9x^3 - 27x + 72$$

$$\Rightarrow f'(x) = (9x^3 - 27x + 72)' = 27x^2 - 27 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = -1; 1 \Rightarrow x = -1 < 0$$

$$\Rightarrow x = 1 \rightarrow f(1) = 9 \cdot 1^3 - 27 \cdot 1 + 72 = 54$$

Жауабы:Е

256. 64 санын біріншісі мен екіншісінің квадратын қосқанда ең кіші болатындай етіп, екі қосылғышқа жіктеңіз әрі сол кіші мәнді табыңыз.

- A) 33;34
- B) 30;64

- C) 32;32
- D) 2048
- E) 5400
- F) 6050
- G) 54;10
- H) 44;20

Шешуі:

$$\begin{cases} x + y = 64 \\ x^2 + y^2 \Big|_{\min} = ? \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 64 - x \\ x^2 + y^2 \Big|_{\min} = ? \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = x^2 + (64 - x)^2 \Rightarrow f(x) = 2x^2 - 128x + 4096$$

$$\Rightarrow f'(x) = (2x^2 - 128x + 4096)' = 4x - 128 = 0$$

$$\Rightarrow 4x - 128 = 0 \rightarrow x = 32 \rightarrow y = 32$$

$$x^2 + y^2 \Big|_{\min} = 32^2 + 32^2 = 2048.$$

Жауабы: C, D

257. $y = e^{x-1} \cdot x$ функциясының $[0; 2]$ кесіндісіндегі ең үлкен және ең кіші мәндерін табыңыз.

- A) e
- B) $2e$
- C) $3e$
- D) 5
- E) 0

Шешуі:

$$y' = (e^{x-1} \cdot x)' = (e^{x-1})' \cdot x + e^{x-1} \cdot x'$$

$$= e^{x-1} \cdot x + e^{x-1} = e^{x-1}(x+1) = 0 \Rightarrow x = -1 \notin [0; 2]$$

$$f(0) = e^{0-1} \cdot 0 = 0; f(2) = e^{2-1} \cdot 2 = 2e$$

Жауабы: B, E

258. $y = e^{2x+1} \cdot (0,5 - x - 4x^2)$ функциясын бірсарындылыққа зерттеңдер және экстремумдарын табыңыз.

A) $(-\infty; -\frac{5}{4}] \cup [0; +\infty)$ – бірсарынды кемімелі, $[-\frac{5}{4}; 0]$ – бірсарынды өспелі

B) $(-\infty; -\frac{5}{4}] \cup [0; +\infty)$ – бірсарынды өспелі, $[-\frac{5}{4}; 0]$ – бірсарынды кемімелі

C) $x_{\max} = -\frac{5}{4}; x_{\min} = 0.$

D) $x_{\min} = -\frac{5}{4}; x_{\max} = 0.$

E) $x_{\min} = \frac{5}{4}; x_{\max} = 0.$

Шешуі:

$$y' = (e^{2x+1} \cdot (0,5 - x - 4x^2))'$$

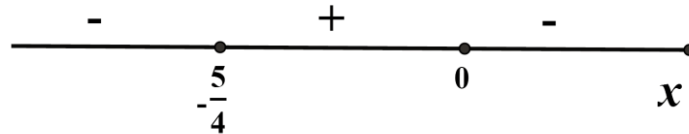
$$y' = (e^{2x+1})' \cdot (0,5 - x - 4x^2) + e^{2x+1} \cdot (0,5 - x - 4x^2)'$$

$$y' = 2e^{2x+1} \cdot (0,5 - x - 4x^2) + e^{2x+1} \cdot (-1 - 8x)$$

$$y' = e^{2x+1}(1 - 2x - 8x^2 - 1 - 8x)$$

$$y' = e^{2x+1}(-8x^2 - 10x) = 0$$

$$y' = -2xe^{2x+1}(4x + 5) = 0 \quad x = -\frac{5}{4}; 0$$



Жауабы: А, D

259. $y = \frac{x^3 + x}{x^2 - 1}$ функциясының туындысын табыңыз.

A) $f'(x) = \frac{x^4 + 4x^2 - 1}{(x^2 - 1)^2}$

B) $f'(x) = \frac{x^4 - 4x^2 + 1}{(x^2 - 1)^2}$

C) $f'(x) = \frac{x^4 + 4x^2 + 1}{(x^2 - 1)^2}$

D) $f'(x) = \frac{x^4 - 4x^2 - 1}{(x^2 - 1)^2}$

E) $f'(x) = \frac{x^4 - 4x^2 - 1}{(1 - x^2)^2}$

Шешуі:

$$y' = \left(\frac{x^3 + x}{x^2 - 1} \right)' = \frac{(x^3 + x)(x^2 - 1)' - (x^3 + x)(x^2 - 1)'}{(x^2 - 1)^2} = \frac{(3x^2 + 1)(x^2 - 1) - 2x(x^3 + x)}{(x^2 - 1)^2}$$

$$= \frac{3x^4 - 3x^2 + x^2 - 1 - 2x^4 - 2x^2}{(x^2 - 1)^2} = \frac{x^4 - 4x^2 - 1}{(x^2 - 1)^2}$$

Жауабы: D, E

260. $f(x) = (7 - 3x)^3$ функция графигінің $y = 1$ түзуімен қиылысу нүктесінің абсциссасы x_0 болса, функцияға x_0 нүктесінде жүргізілген жанама теңдеуін жазыңыз.

A) $y = -2x + 19$

B) $y = -3x + 19$

C) $y = -4x + 19$

D) $y = -5x + 19$

E) $y = -9x - 19$

F) $y = -9x + 19$

G) $y = 9x + 19$

Н) $y = -9x + 19$

Шешуі:

$$\begin{cases} f(x) = (7 - 3x)^3 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow (7 - 3x)^3 = 1 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow x_0 = 2$$

$$f(x_0) = f(2) = (7 - 3 \cdot 2)^3 = 1$$

$$f'(x) = \left((7 - 3x)^3 \right)' = -9(7 - 3x)^2 \Rightarrow f(x_0) = f'(2) = -9(7 - 3 \cdot 2)^2 = -9$$

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) \Rightarrow y = 1 - 9(x - 2) \Rightarrow y = -9x + 19$$

Жауабы: Н

261. Есептеңіз: $\int_0^1 \frac{9 - 4x^2 + \sqrt{3 - 2x}}{3 - 2x} dx$

A) $3 + \sqrt{3}$

B) $3 - \sqrt{3}$

C) $3 + 3^{0,5}$

D) $3 - 3^{0,5}$

E) $2 + \sqrt{3}$

Шешуі: $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$

$$\begin{aligned} \int_0^1 \left(\frac{9 - 4x^2}{3 - 2x} + \frac{\sqrt{3 - 2x}}{3 - 2x} \right) dx &= \int_0^1 \left(\frac{(3 - 2x)(3 + 2x)}{3 - 2x} + \frac{(3 - 2x)^{\frac{1}{2}}}{3 - 2x} \right) dx = \int_0^1 \left(3 + 2x + \frac{1}{\sqrt{3 - 2x}} \right) dx \\ &= 3x + x^2 - \sqrt{3 - 2x} \Big|_0^1 = 3 \cdot 1 + 1^2 - \sqrt{3 - 2 \cdot 1} - (3 \cdot 0 + 0^2 - \sqrt{3 - 2 \cdot 0}) = 3 + \sqrt{3} \end{aligned}$$

Жауабы: А, С

262. Нүкте түзу бойымен $v(t) = \sin t \cdot \cos t$ жылдамдығымен қозғалып келеді.

Нүкте $t = \frac{\pi}{4}$ с уақыт мезетінде 3 м жол жүрді. Нүктенің қозғалыс заңдылығын

жазыңыз.

A) $S(t) = 5 \cos 2t + 3t + 3$

B) $S(t) = -\frac{1}{4} \cos 2t - 3t + 3$

C) $S(t) = -\frac{1}{4} \cos 2t + 3t$

D) $S(t) = -\frac{1}{4} t + \cos 2t + 3$

E) $S(t) = 5 \cos 2t + 3$

F) $S(t) = -\frac{1}{4} \cos 2t$

G) $S(t) = -\frac{1}{4} \cos t + 3$

H) $S(t) = -\frac{1}{4} \cos 2t + 3$

Шешуі:

$$S(t) = \int v(t) dt$$

$$v(t) = \sin t \cdot \cos t \Rightarrow S(t) = \int \sin t \cos t dt = \frac{1}{2} \int \sin 2t dt = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cos 2t + c$$

$$\Rightarrow S\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cos 2t \Big|_{t=\frac{\pi}{4}} + c = 3$$

$$\Rightarrow S\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cos 2 \cdot \frac{\pi}{4} + c = 3 \rightarrow 0 + c = 3 \Rightarrow c = 3$$

$$S(t) = -\frac{1}{4} \cos 2t + 3$$

Жауабы: Н

263. $\int_0^1 \frac{9x^2 - 1 - \sqrt{3x+1}}{3x+1} dx$ өрнегінің мәнінен үлкен сандар

A) -2

B) -9

C) 0

D) $\frac{1}{6}$

E) $-\frac{1}{6}$

Шешуі:

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

$$\int_0^1 \frac{9x^2 - 1 - \sqrt{3x+1}}{3x+1} dx = \int_0^1 \left(\frac{(3x)^2 - 1^2}{3x+1} - \frac{\sqrt{3x+1}}{3x+1} \right) dx = \int_0^1 \left(\frac{(3x+1)(3x-1)}{3x+1} - \frac{\sqrt{3x+1}}{(\sqrt{3x+1})^2} \right) dx$$

$$= \int_0^1 \left(3x - 1 - \frac{1}{\sqrt{3x+1}} \right) dx = \frac{3x^2}{2} - x - \frac{2}{3} \sqrt{3x+1} \Big|_0^1$$

$$= \frac{3 \cdot 1^2}{2} - 1 - \frac{2}{3} \sqrt{3 \cdot 1 + 1} - \left(\frac{3 \cdot 0^2}{2} - 0 - \frac{2}{3} \sqrt{3 \cdot 0 + 1} \right) = \frac{3}{2} - 1 - \frac{2 \cdot 2}{3} - \left(-\frac{2}{3} \right) = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{6}$$

Жауабы: C, D

264. $y = x^2 - 4$ және $y = -|x| - 2$ сызықтарымен шектелген жазық фигураның ауданын табыңыз.

A) $28\frac{1}{3}$

B) $12\frac{1}{3}$

C) $\frac{2}{3}$

D) $\frac{1}{3}$

E) $3\frac{2}{3}$

F) $3\frac{1}{3}$

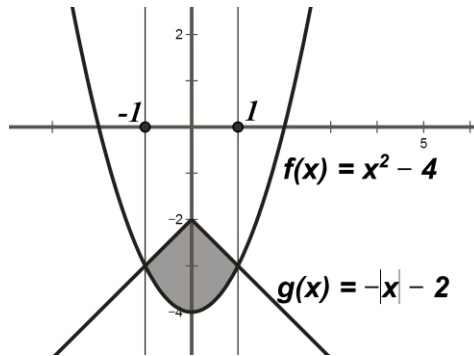
G) $2\frac{2}{3}$

H) $2\frac{1}{3}$

Шешуі:

$$\begin{cases} y = x^2 - 4 \\ y = -|x| - 2 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 4 = -|x| - 2 \Rightarrow x^2 + |x| - 2 = 0 \Rightarrow x = -1; 1$$

$$\begin{aligned} S &= 2 \int_0^1 (-x - 2 - (x^2 - 4)) dx = 2 \int_0^1 (-x^2 - x + 2) dx = 2 \left(-\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_0^1 \\ &= 2 \left(-\frac{1^3}{3} - \frac{3 \cdot 1^2}{2} + 2 \cdot 1 - \left(-\frac{0^3}{3} - \frac{3 \cdot 0^2}{2} + 2 \cdot 0 \right) \right) = 2\frac{1}{3} \end{aligned}$$



Жауабы: H

265. a -ның қандай мәндерінде сызықтарымен шектелген фигураның ауданы

$y = x^3, y = 0, x = a, a > 0$, 4-ке тең болады?

A) $a = 2$

B) $a = 4$

C) $a = 0,2$

D) $a = 2\frac{1}{2}$

E) $a = 2,4$

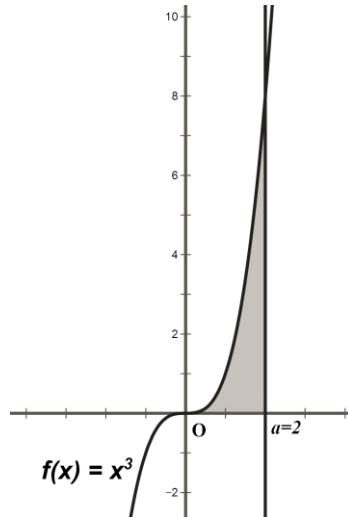
F) $a = 1\frac{1}{2}$

G) $a = 2\frac{1}{6}$

H) $a = 2\frac{1}{5}$

Шешуі:

$$S = \int_0^a x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_0^a = \frac{a^4}{4} = 4 \Rightarrow a = 2$$



Жауабы: А

266. Массасы m дене $F(t)$ күшінің әсерінен (F —ньютон есебімен) түзусызықты қозғалып келеді. $m = 2$ кг, $F(t) = 12t - 8$ және $t = 3c$ уақыт мезетіндегі жылдамдығы 10 м/с. Дененің жылдамдығының заңдылығын жазыңыз.

- А) $v(t) = 3t^2 - 4t - 5$
- В) $v(t) = 3t^2 + 5t - 5$
- С) $v(t) = -3t^2 - 4t - 5$
- Д) $v(t) = 3t^2 + 4t + 5$
- Е) $v(t) = 3t^2 + 4t - 5$
- Ғ) $v(t) = 3t^2 - 4t + 5$
- Г) $v(t) = 3t^2 - 4t$
- Н) $v(t) = 3t^2 + 5t + 5$

Шешуі:

$$F(t) = a(t)m$$

$$m = 2 \text{ кг}, t = 3c, F(t) = 12t - 8 = a(t)m \Rightarrow a(t) = 6t - 4$$

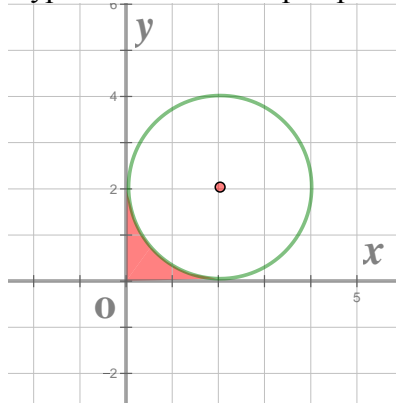
$$\Rightarrow v(t) = \int a(t)dt = \int (6t - 4)dt \Rightarrow v(t) = 3t^2 - 4t + c \Rightarrow$$

$$t = 3c, v(3) = 10 \text{ м/с} \Rightarrow v(3) = 3 \cdot 3^2 - 4 \cdot 3 + c = 10 \rightarrow c = -5$$

Жауабы: А

1-ЕСЕП

Суреттегідей шеңбер берілген



1. Шеңбер теңдеуі:

A) $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$

B) $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 4$

C) $(x+2)^2 - (y+2)^2 = 4$

D) $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 2$

E) $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 2$

Шешуі:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

$$(x_0; y_0) = (2; 2), R = 2 \Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$$

Жауабы: А

2. Шеңбер ұзындығы:

A) 16π

B) 2π

C) 4π

D) 8π

E) π

Шешуі:

$$C = 2\pi R = 2\pi \cdot 2 = 4\pi$$

Жауабы: С

3. Шеңбермен шектелген дөңгелектің ауданы:

A) 16π

B) 4π

C) 2π

D) 8π

E) π

Шешуі:

$$S = \pi R^2 = 4\pi$$

Жауабы: В

4. Шеңбер центрінен $x + \sqrt{3}y + 2 = 0$ түзуіне дейінгі аралық:

A) $2 + \sqrt{3}$

B) $\frac{2 + \sqrt{3}}{3}$

C) $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$

D) $\frac{2-\sqrt{3}}{3}$

E) $2-\sqrt{3}$

Шешуі:

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \xrightarrow{(x_0; y_0) = (2; 2)} d = \frac{|2 + 2\sqrt{3} + 2|}{\sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}} = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{2} = 2 + \sqrt{3}$$

Жауабы: А

5. Боялған бөліктің ауданы:

A) $0,5\pi$

B) $\pi - 1$

C) $\pi - 2$

D) $\pi - 3$

E) $4 - \pi$

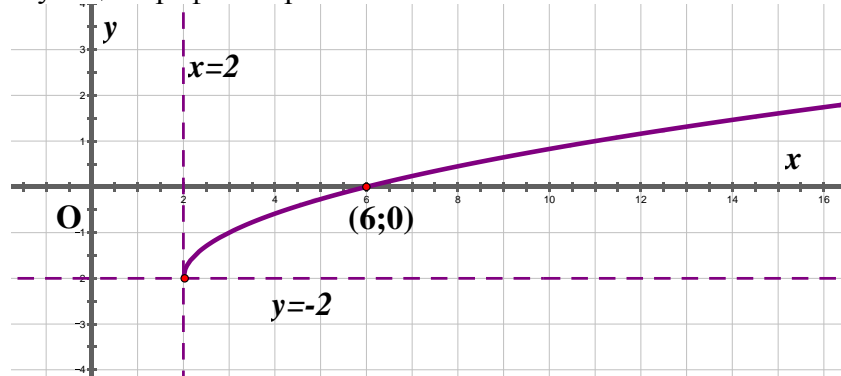
Шешуі:

$$S = 4 - \frac{1}{4} \cdot 4\pi = 4 - \pi$$

Жауабы: Е

2-ЕСЕП

Функция графигі берілген



1. Графикке сәйкес келетін функция:

A) $y = \sqrt{x-2} + 2$

B) $y = \sqrt{x+2} + 2$

C) $y = \sqrt{x+2} - 2$

D) $y = \sqrt{x-2} - 2$

E) $y = -\sqrt{x-2} + 2$

Шешуі:

$$y = \sqrt{x-2} - 2 \Rightarrow x-2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-2 \end{cases}$$

$$(6; 0) \in y = \sqrt{x-2} - 2 \Rightarrow y = \sqrt{6-2} - 2 = 0$$

Жауабы: D

2. $f(x) > 0$ теңсіздігінің шешімі:

A) $(2; +\infty)$

B) $(4; +\infty)$

C) $(-2; +\infty)$

D) $(3; +\infty)$

E) $(6; +\infty)$

$$y = \sqrt{x-2} - 2 > 0 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x-2} > 2 \\ x-2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 6 \\ x \geq 2 \end{cases} \Rightarrow x > 6$$

Немесе берілген график арқылы жауапты тауып алуға болады.

Жауабы: E

3. Функция туындысы:

A) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-2}}$

B) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$

C) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+2}}$

D) $f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x-2}}$

E) $f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x+2}}$

Шешуі:

$$y' = (\sqrt{x-2} - 2)' = \frac{(x-2)'}{2\sqrt{x-2}} - 2' = \frac{1}{2\sqrt{x-2}}$$

Жауабы: A

4. Функцияның алғашқы функциясы:

A) $F(x) = -\frac{2}{3}(x-2)^{\frac{3}{2}} - x + c$

B) $F(x) = \frac{2}{3}(x+2)^{\frac{3}{2}} - 2x + c$

C) $F(x) = \frac{2}{3}(x+2)^{\frac{3}{2}} + 2x + c$

D) $F(x) = -\frac{2}{3}(x-2)^{\frac{3}{2}} - 2x + c$

E) $F(x) = \frac{2}{3}(x-2)^{\frac{3}{2}} - 2x + c$

Шешуі:

$$F(x) = \int (\sqrt{x-2} - 2) dx = \int (x-2)^{\frac{1}{2}} dx - 2 \int dx = \frac{2}{3}(x-2)^{\frac{3}{2}} - 2x + C$$

Жауабы: E

5. Функцияның кері функциясы:

A) $y = x^2 + 4x + 6$

B) $y = x^2 - 4x + 6$

C) $y = x^2 + 4x - 6$

D) $y = x^2 - 4x - 6$

E) $y = -x^2 + 4x + 6$

Шешуі:

$$y = \sqrt{x-2} - 2 \xrightarrow{x \geq 2} y + 2 = \sqrt{x-2}$$

$$\Rightarrow (y+2)^2 = x-2 \Rightarrow x = (y+2)^2 + 2$$

$$\xrightarrow[y \rightarrow x]{x \rightarrow y} y = (x+2)^2 + 2 \Rightarrow y = x^2 + 4x + 6$$

Жауабы: А

3-ЕСЕП

Мекемедегі қызметкерлердің әрқайсысы кем дегенде бір шет тілін меңгерген. Олардың 10-ы ағылшын, 6-сы неміс, 4-і француз, 4-еуі әрі ағылшын әрі неміс, 3-еуі әрі ағылшын әрі француз, 2-еуі әрі неміс әрі француз және біреуі барлық үш тілді меңгерген.

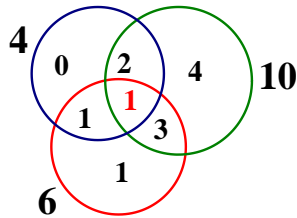
1. Мекемеде неше қызметкер бар?

- A) 10
- B) 11
- C) 12
- D) 20
- E) 24

Шешуі:

$$n = n(A) + n(H) + n(\Phi) - n(A \cap H) - n(A \cap \Phi) - n(H \cap \Phi) + n(A \cap \Phi \cap H)$$

$$= 10 + 6 + 4 - 4 - 3 - 2 + 1 = 12$$



Жауабы: С

2. Нешеуі тек бір тілді ғана меңгерген?

- A) 6
- B) 7
- C) 12
- D) 5
- E) 4

Шешуі:

$$m = n - n(A \cap H) - n(A \cap \Phi) - n(H \cap \Phi) + 2(A \cap \Phi \cap H)$$

$$= 12 - 4 - 3 - 2 + 2 = 5$$

сызбаға қараңыз.

Жауабы: D

3. Нешеуі тек ағылшын тілін ғана меңгерген?

- A) 6
- B) 7
- C) 8
- D) 5
- E) 4

Шешуі:

$$m = 10 - 6 = 4$$

сызбаға қараңыз.

Жауабы: E

4. Нешеуі тек неміс тілін ғана меңгерген?

- A) 6
- B) 1
- C) 0

D) 5

E) 4

Шешуі:

$$m = 6 - 5 = 1$$

сызбаға қараңыз

Жауабы: B

5. Кездейсоқ таңдалған бір қызметкердің үш тілдіде білу ықтималдығын анықтаңыз.

A) $\frac{1}{6}$

B) 1

C) 0

D) $\frac{1}{8}$

E) $\frac{1}{12}$

Шешуі:

$$P = \frac{m}{n} = \frac{1}{12}$$

Жауабы: E

4-ЕСЕП

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 цифрларынан екі таңбалы сан құрастырылған.

1. Неше екі таңбалы сан құрастыруға болады?

A) 90

B) 80

C) 36

D) 42

E) 24

Шешуі:

	Ондықтар орны	Бірліктер орны
	0-ден басқа 1, 2, 3, 4, 5, 6 цифрларының кез-келген біреуі	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 цифрларының кез-келген біреуі
Тәсіл саны	6	7

Көбейту принципі бойынша: $6 \cdot 7 = 42$

Жауабы: D

2. Цифрлары қайталанбайтын екі таңбалы саннан нешеуін құрастыруға болады?

A) 90

B) 80

C) 36

D) 42

E) 24

Шешуі:

	Ондықтар орны	Бірліктер орны
	0-ден басқа 1, 2, 3, 4, 5, 6 цифрларының кез-келген біреуі	Ондықтар орынға қойылған цифрдан басқа цифрлардың кез-келген біреуі
Тәсіл саны	6	6

Көбейту принципі бойынша: $6 \cdot 6 = 36$

Жауабы:С

3. Неше екі таңбалы жұп сан құрастыруға болады?

- A) 20
- B) 80
- C) 36
- D) 42
- E) 24

Шешуі:

	Ондықтар орны	Бірліктер орны
	0-ден басқа 1, 2, 3, 4, 5, 6 цифрларының кез-келген біреуі	0, 2, 4, 6 цифрларының кез-келген біреуі
Тәсіл саны	6	4

Көбейту принципі бойынша: $6 \cdot 4 = 24$

Жауабы:Е

4. Неше екі таңбалы тақ сан құрастыруға болады?

- A) 20
- B) 15
- C) 18
- D) 42
- E) 24

Шешуі:

	Ондықтар орны	Бірліктер орны
	0-ден басқа 1, 2, 3, 4, 5, 6 цифрларының кез-келген біреуі	1, 3, 5 цифрларының кез-келген біреуі
Тәсіл саны	6	3

Көбейту принципі бойынша: $6 \cdot 3 = 18$

Жауабы:С

5. Кездейсоқ алынған санның цифрлары қайталанған екі таңбалы сан болу ықтималдығы қанша?

- A) $\frac{1}{2}$
- B) $\frac{1}{4}$
- C) $\frac{1}{7}$
- D) $\frac{1}{8}$
- E) $\frac{1}{42}$

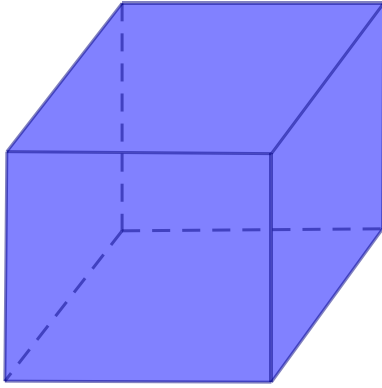
Шешуі:

$$P = \frac{m}{n} = \frac{6}{42} = \frac{1}{7}$$

$$m = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Жауабы:С

5-ЕСЕП



Барлық жақтары көк түске боялған ағаш куб өзара тең болатын 1000 кішкентай кубтарға бөлінген.

1. Бір жағы ғана боялған кішкентай кубтар саны

- A) 200
- B) 155
- C) 180
- D) 420
- E) 384

Шешуі:

$$a^3 = 1000 \Rightarrow a = 10$$

$$m = 6(a - 2)^2 = 6(10 - 2)^2 = 384$$

Жауабы: E

2. Екі жағы ғана боялған кішкентай кубтар саны

- A) 120
- B) 96
- C) 80
- D) 85
- E) 384

Шешуі:

$$a^3 = 1000 \Rightarrow a = 10$$

$$m = 12(a - 2) = 12(10 - 2) = 96$$

Жауабы: B

3. Үш жағы боялған кішкентай кубтар саны

- A) 12
- B) 24
- C) 80
- D) 8
- E) 10

Шешуі:

$$a^3 = 1000 \Rightarrow a = 10$$

$$m = 8$$

Жауабы: D

4. Боялмаған кішкентай кубтар саны

- A) 512
- B) 240
- C) 80
- D) 800
- E) 100

Шешуі:

$$a^3 = 1000 \Rightarrow a = 10$$

$$m = (a - 2)^3 = (10 - 2)^3 = 8^3 = 512$$

Жауабы: А

5. Кездейсоқ алынған кубтың кем дегенде бір жағы боялған болу ықтималдығы

А) 0,512

В) 0,24

С) 0,384

Д) 0,008

Е) 0,488

Шешуі:

$$a^3 = 1000 \Rightarrow a = 10$$

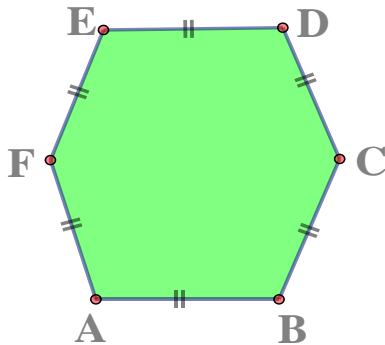
$$n = 1000, m = 6(a - 2)^2 + 12(a - 2) + 8 = 6 \cdot 8^2 + 12 \cdot 8 + 8 = 488$$

$$\Rightarrow P = \frac{m}{n} = \frac{488}{1000} = 0,488$$

Жауабы: Е

6-ЕСЕП

Дұрыс алтыбұрыш берілген



1. Дұрыс алты бұрыштың төбе нүктелерін қолданып барлығы қанша вектор құрастыруға болады?

А) 12

В) 24

С) 30

Д) 16

Е) 15

Шешуі:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} \xrightarrow{n=6; m=2} A_6^2 = \frac{6!}{(6-2)!} = \frac{6!}{4!} = 30$$

Жауабы: С

2. Дұрыс алты бұрыштың төбе нүктелерін қолданып барлығы қанша кесінді құрастыруға болады?

А) 12

В) 24

С) 30

Д) 16

Е) 15

Шешуі:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} \xrightarrow{n=6; m=2} C_6^2 = \frac{6!}{2!(6-2)!} = \frac{6!}{2!4!} = 15$$

Жауабы:Е

3. Дұрыс алты бұрыштың төбе нүктелерін қолданып барлығы қанша ұшбұрыш құрастыруға болады?

- A) 12
- B) 20
- C) 30
- D) 16
- E) 15

{Правильный ответ}=B

Шешуі:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} \xrightarrow{n=6; m=3} C_6^3 = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6!}{3!3!} = 20$$

Жауабы:В

4. Егер дұрыс алты бұрыштың қабырға ұзындығы 2 болса оның ауданы

- A) $6\sqrt{3}$
- B) $3\sqrt{3}$
- C) $2\sqrt{2}$
- D) $16\sqrt{2}$
- E) 15

Шешуі:

$$S_6 = 6S_{\Delta} = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2^2 = 6\sqrt{3}$$

Жауабы:А

5. Егер дұрыс алты бұрыштың қабырға ұзындығы 4 болса, осы дұрыс алты бұрышқа сырттай сызылған шеңбердің диаметрі қанша болады?

- A) 8
- B) 4
- C) 6
- D) 12
- E) 16

Шешуі:

$$a = R = 4 \Rightarrow D = 8$$

Жауабы:А

МАЗМҰНЫ

БІР ЖАУАБЫ БАР ТЕСТ ТАПСЫРМАЛАРЫ (5/1)	1
БІР НЕМЕСЕ БІРНЕСЕ ЖАУАБЫ БАР ТЕСТ ТАПСЫРМАЛАРЫ (5/2,3 6/2,3,4 7/ 2,3,4 8/1-7).....	87
МӘН МӘТІНДІ ТЕСТ ТАПСЫРМАЛАРЫ (5/1).....	119